Урок по алгебре и началам математического анализа.

Тема «Виды тригонометрических уравнений и способы их решения» (2 часа).

Класс: 10

Учитель: Банщикова Ирина Петровна, учитель математики МБОУ г. Кургана «СОШ № 11».

Цели урока:

Образовательные:

- сформировать у учащихся умения классифицировать тригонометрические уравнения по видам и методам решений;

- сформировать у учащихся умения и закрепить навыки решения тригонометрических уравнений различных видов.

Развивающие:

– развивать умение самостоятельного решения задач, связанных с применением методов решения тригонометрических уравнений;

- способствовать развитию аналитико-синтетического мышления, устойчивого интереса к математике, внимания.

Воспитательные:

- воспитывать чувство ответственности в связи с преодолением трудностей в процессе умственной деятельности, формировать навыки самооценки;

- содействовать повышению грамотности устной и письменной речи учащихся в ходе проговаривания алгоритмов решения тригонометрических уравнений.

Оборудование: карточки для самостоятельной работы, стенд «Решение простейших тригонометрических уравнений», стенд «Формулы преобразования тригонометрических выражений», стенд «Значения тригонометрических функций», блок-схема «Решение тригонометрических уравнений", экран, проектор, доска, мел.

Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Учебник (задачник) для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый и углубленный уровни) - М.: Мнемозина, 2021.

Тип урока: урок по ознакомлению с новым материалом.

Методы обучения: метод постановки проблемы и метод поиска решений.

Формы организации учебной деятельности: индивидуальная, фронтальная, самопроверка, взаимопроверка.

Ход урока.

1. Актуализация знаний. Постановка проблемы.

Перед вами на столе лежит карточка с уравнениями.

1. $2\cos x - \sqrt{2} = 0$
2. $\mathrm{tg}\, 2x + 1 = 0$
3. $\sin\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=-1$
4. $6\cos^2 x + 7\sin x - 8 = 0$
5. $\sin 3x + \sqrt{3}\cos 3x = 0$

6. $2tgx + ctgx - 3 = 0$

Скажите, пожалуйста, какие из них вы можете решить?

Итак, вы знаете, как решать уравнения с 1-го по 3-е, так как они являются либо простейшими, либо простейшими со сложным аргументом.

Сегодня цель нашего урока – научиться решать тригонометрические уравнения, которые не являются простейшими.

2. Объяснение нового материала.

Прежде чем приступить к рассмотрению темы, дадим несколько определений.

1) *Тригонометрическое уравнение* - это уравнение, содержащее неизвестные под знаком тригонометрической функции (слайд 2).

2) Говорят, что *в тригонометрическом уравнении одинаковые углы,* если все тригонометрические функции, входящие в него, имеют равные аргументы, например, $2\sin^2x + 3\cos x = 0$ (слайд 3).

3) Говорят, что *в тригонометрическом уравнении одинаковые функции,* если оно содержит только одну из тригонометрических функций, например, $3tg^2x + 2tgx – 1 = 0$ (слайд 4).

4) *Степенью одночлена, содержащего тригонометрическую функцию,* называется сумма показателей степеней тригонометрических функций, входящих в него, например,

$\sin^2x – 2\sin x \cos x = 0$ (слайд 5).

5) Уравнение называется *однородным,* если все одночлены имеют одну и ту же степень (она называется порядком уравнения), а сами тригонометрические функции имеют равные углы и число одночленов на 1 больше порядка уравнения, например,

$3\sin^2x – 4\sin x \cos x + \cos^2x = 0$ (слайд 6).

6) Уравнение называется *почти однородным,* если один из одночленов - число, а степени остальных – равны, например, $6\sin^2x + 4\sin x \cos x = 1$ (слайд 7).

Итак, с чего же начать решение тригонометрического уравнения. Прежде всего, определить его вид. Какие же *виды тригонометрических уравнений* можно выделить (слайд 8)?

1. **Простейшее тригонометрическое уравнение**: $\sin x=a$, $\cos x=a$, $tgx=a$, $ctgx=a$.

Простейшее тригонометрическое уравнение со сложным аргументом: $\sin(kx+b)=a$, $\cos(kx+b)=a$, $tg(kx+b)=a$, $ctg(kx+b)=a$ (слайд 9).

Способ решения простейших тригонометрических уравнений – по формулам (стенд «Решение простейших тригонометрических уравнений»).

2. **Уравнения, квадратные относительно тригонометрической функции**:

$A \sin^2x + B \sin x + C = 0$ (слайд 10).

Способ решения тригонометрических квадратных уравнений – введение новой переменной, например, $\sin x = t$, $t\in[-1;1]$ и решение квадратного уравнения $At^2 + Bt + C = 0$.

3. **Однородные уравнения 1-го порядка**: $A \sin x + B \cos x = 0$ (слайд 11).

Способ решения – деление обеих частей уравнения на $\cos x\neq 0$ и сведение данного уравнения к уравнению вида $A\, tgx + B = 0$.

4. **Однородные уравнения 2-го порядка**: $A \sin^2x + B \sin x \cos x + C \cos^2x = 0$ (слайд 12).

Способ решения – деление обеих частей уравнения на $\cos^2x\neq 0$ и сведение уравнения к уравнению вида $A\, tg^2x + B\, tgx + C = 0$.

5. **Почти однородное уравнение 1-го порядка:** A sinx + B cosx = k (слайд 13).

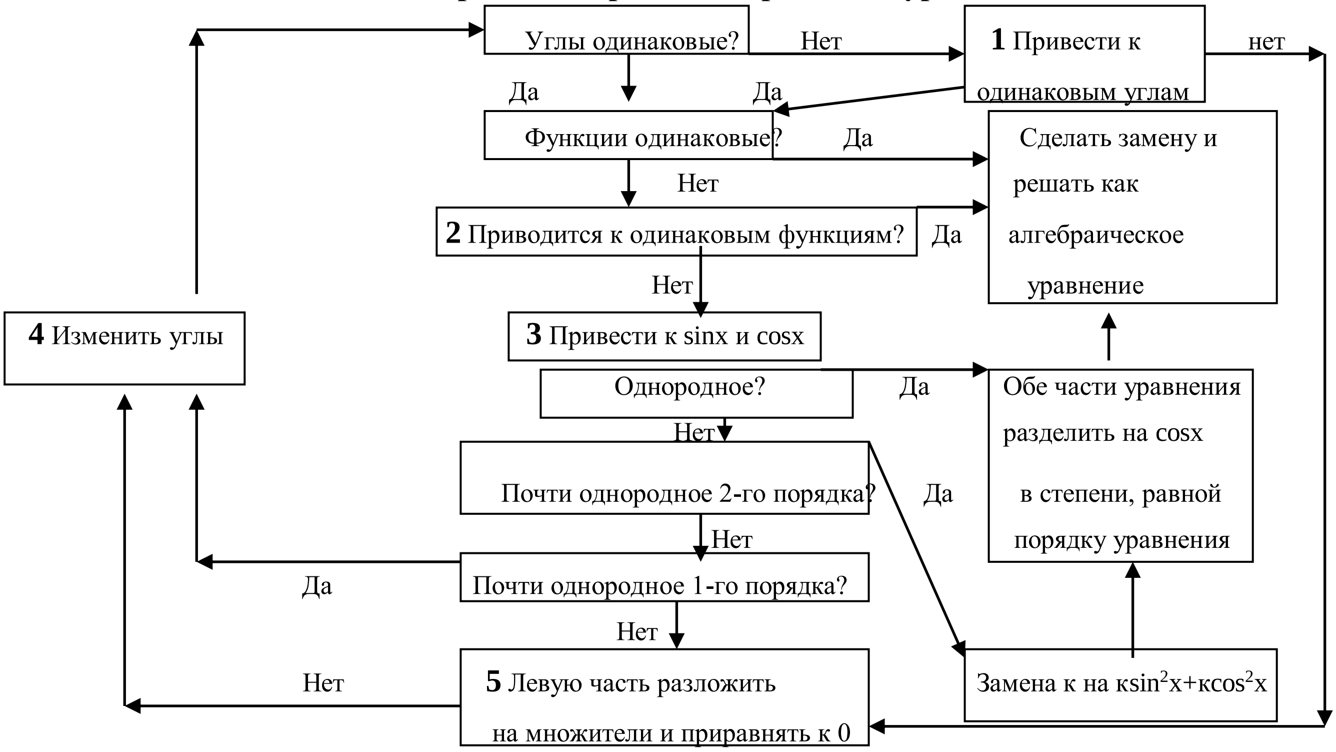
Способ решения – изменить углы у тригонометрических функций и решать по блок-схеме.

6. Почти однородное уравнение 2-го порядка: $A \sin^2 x + B \sin x \cos x + C \cos^2 x = k$ (слайд 14).

Способ решения – заменить $k = k \sin^2 x + k \cos^2 x$ и решать по блок-схеме.

При решении тригонометрического уравнения удобно пользоваться следующей блок-схемой:

Блок-схема решения тригонометрических уравнений



Блок 1.

1. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$
2. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
3. $2\sin^2 (x/2) = 1 - \cos x$
4. $2\cos^2(x/2) = 1 + \cos x$

Блок 2.

1. $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
2. $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
3. $\mathrm{ctg}\, x = 1/\mathrm{tg}\, x$
4. Формулы приведения.

Блок 3.

1. $\mathrm{tg}\, x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$
2. $\mathrm{ctg}\, x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

Блок 4.

1. Формулы двойного угла.
2. Формулы сложения.

Блок 5.

1. Вынести за скобку общий множитель.
2. Способ группировки.
3. Формулы суммы и разности тригонометрических функций.
4. Формулы сокращенного умножения.

Если уравнение нельзя отнести ни к одному из видов, следует выполнить тригонометрические или алгебраические преобразования. При этом можно пользоваться шуточными подсказками:

1. Увидел квадрат – понижай степень.
2. Увидел произведение – делай сумму.
3. Увидел сумму – делай произведение.

Эти законы часто дают толчок к началу тригонометрических преобразований.

Пользуясь блок-схемой, классификацией уравнений по видам и подсказкам, можно хорошо научиться решать тригонометрические уравнения, чем мы сейчас и займемся.

3. Первоначальное закрепление нового материала.

Учитель вместе с учащимися разбирает решение уравнений, пользуясь блок-схемой.

Примеры:

1. $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$
2. $3\mathrm{tg}^2 x + 2\mathrm{tg}\, x - 1 = 0$
3. $\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 0$
4. $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ (Это задание учащиеся выполняют самостоятельно с последующей самопроверкой).

4. Отработка навыков решения уравнений.

Учащиеся выполняют тренировочные упражнения у доски и в тетради, проговаривая и объясняя каждый этап решения. Те учащиеся, которые работают самостоятельно, получают оценку в журнал.

Тренировочные упражнения:

1. $5\mathrm{tg}^2 x + 4\mathrm{tg}\, x - 1 = 0$
2. $\sin 2x + 2\cos 2x = 1$
3. $2 - 3\sin x - \cos 2x = 0$
4. $\sin x = 2\sin 2x$ (взаимопроверка решения)
5. $\sin 3x + \sin 5x = 0$

5. Домашнее задание: § 23, записи в тетради, решить уравнения на карточке.

6. Подведение итогов урока. Рефлексия. Оценки.

Итак, подведем итоги урока.
Какими методами можно решать тригонометрические уравнения?
Ответы учащихся:
Рефлексия. Продолжите фразу:

- Самым сложным на уроке было…
- Самым интересным при работе для меня было…
- Самым неожиданным для меня было…