

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 452

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

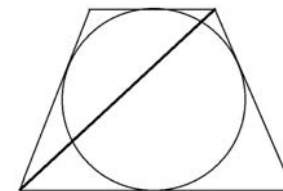
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите площадь трапеции с равными боковыми сторонами, если площадь вписанного в нее круга равна 81π , а длина диагонали трапеции равна 30.

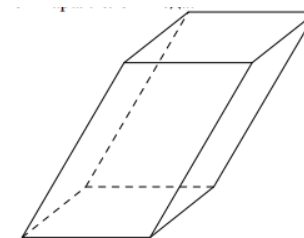


Ответ: _____.

2. Найдите при каком значении a вектор $\vec{a}(2;2;0)$ образует с вектором $\vec{b}(1;1;a)$ угол 45° . В ответе укажите a^2 .

Ответ: _____.

3. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60° . Одно из рёбер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60° и равно 2. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

4. В магазин поступают электрические лампочки с двух заводов. На первом заводе брак составляет 3%, на втором 8%. Известно, что из всех лампочек, поступивших в магазин, бракованные составляют 7%. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампочка окажется произведённой на втором заводе.

Ответ: _____.

5. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,4 при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,7?

Ответ: _____.

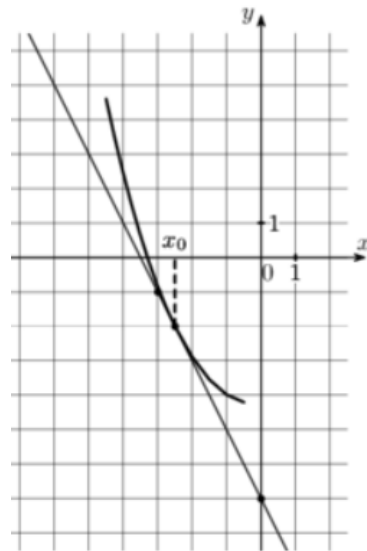
6. Решите уравнение $\sqrt{42 - x - x^2} = x + 4$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший корень.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{5 + \sqrt{3} + \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

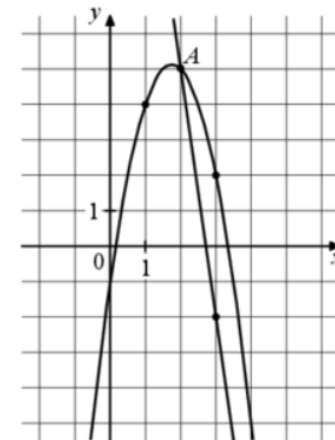
9. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m + M} \cdot v \cdot \cos \alpha$, м/с, где $m = 80$ кг - масса скейтборлиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

Ответ: _____.

10. В четверг акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а в пятницу подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 9% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -7x + 19$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите точки минимума функции

$$f(x) = 15x^4 - 26x^3 + \frac{12 - 12 \cos^2(\pi x)}{\sin^2(\pi x)} \cdot x^2,$$

если функция имеет несколько точек минимума, в ответе укажите меньшую из них.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $(\sin 2x - \sin x) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{-2\operatorname{ctg}x}) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-7\pi; -\frac{11\pi}{2}\right]$

14. В пирамиде FABC грани ABF и ABC перпендикулярны, FB : FA = 27 : 8. Тангенс угла между прямой BC и плоскостью ABF равен 2, а точка M выбрана на ребре BC так, что BM : MC = 1 : 2. Точка T лежит на прямой AF и равноудалена от точек M и B. Центр сферы, описанной около пирамиды FABC, лежит на ребре AB, площадь поверхности этой сферы равна 16π

А) Докажите, что треугольники ABC и ABF - прямоугольные

Б) Найдите объем пирамиды ACMT.

15. Решите неравенство: $\frac{\log_{3^{x+4}} 27}{\log_{3^{x+4}} (-81x)} \leq \frac{1}{\log_3 \log_{\frac{1}{3}} 3^x}$

16. Предприниматель взял в банке кредит 500 тыс. рублей на 4 года. Условия погашения кредита таковы: по прошествии каждого года банк начисляет 20% на долг, который имеет предприниматель на конец этого года. После этого предприниматель вносит ежегодный платёж, который одинаков во все годы, кроме четвёртого, в котором платёж равен 163,2 тыс. рублей, и этим закрывается кредит. Какую сумму ежегодных платежей внёс предприниматель в банк при погашении этого кредита за 4 года?

17. В остроугольном треугольнике ABC отмечены H – ортоцентр и M – середина BC. Пусть радиус описанной окружности треугольника ABC равен R.

А) Докажите, что $\frac{AM}{R} \leq 1 + \cos \angle A$

Б) Пусть дополнительно известно, что $\frac{AM}{R} = 1 + \cos \angle A$ и что AH=6, MH=4.

Найдите R.

(Автор задачи Артур Анищенко)

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + x^2 - 8x + 7$ меньше 1.

19. Имеется арифметическая прогрессия, состоящая ровно из пятидесяти чисел.

А) Может ли эта прогрессия содержать ровно 6 целых чисел?

Б) Может ли эта прогрессия содержать ровно 29 целых чисел?

В) Найдите наименьшее число n , при котором эта прогрессия не может содержать ровно n целых чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.