

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 455

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

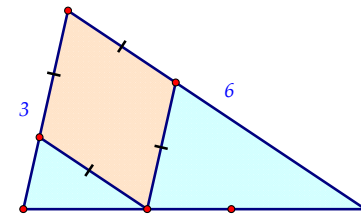
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

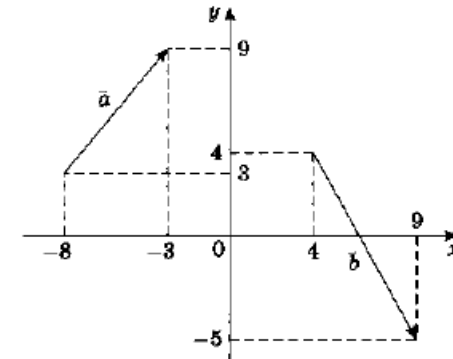
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Из треугольника вырезали ромб так, как показано на рисунке. Найдите сторону ромба, если боковые стороны треугольника равны 3 и 6.



Ответ: _____.

2. Даны векторы a и b . Найдите скалярное произведение $a \cdot b$.



Ответ: _____.

3. Сторона основания правильной двенадцатиугольной пирамиды равна $10 \sin 15^\circ$, а высота равна $5 \sin 15^\circ$. Найдите расстояние от центра основания пирамиды до плоскости, содержащей боковую грань пирамиды.

Ответ: _____.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают шоколадные батончики. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате батончики закончатся, равна 0,2. Такова же вероятность того, что к концу дня батончики закончатся во втором автомате. Вероятность того, что батончики закончатся в обоих автоматах, равна 0,07. Найдите вероятность того, что к концу дня батончики закончатся только в одном автомате, а в другом останутся.

Ответ: _____.

5. Игральную кость бросают до тех пор, пока не выпадет 5 или 6 очков. Найдите вероятность того, что это произойдет при четвертом броске. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

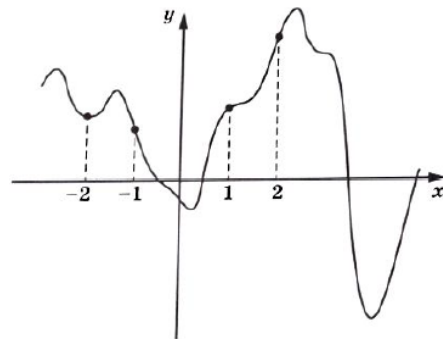
6. Решите уравнение $225 \cdot 20^{x-16} = 400 \cdot 15^{x-16}$. В ответе запишите его больший корень.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sin^2 35^\circ - \cos^2 145^\circ}{\cos 100^\circ \cdot \cos 350^\circ}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-2, -1, 1, 2$. В какой из этих точек значение производной наименьше? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 3 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 9$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 1,1$ – постоянная.

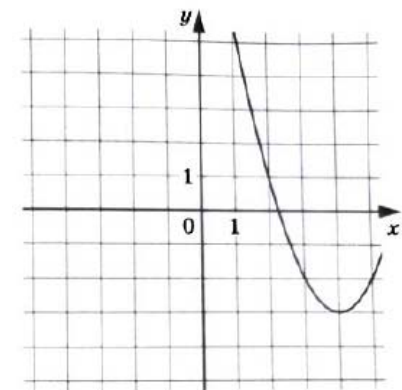
Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе (в киловольтах), если после выключения телевизора прошло не менее 33 с.

Ответ: _____.

10. Из пункта А в пункт В с постоянными скоростями выехали два мотоциклиста, а из В в А одновременно с ними выехал третий мотоциклист с постоянной скоростью 60 км/ч. Через 45 минут расстояние между первым и вторым было в 2 раза больше, чем между первым и третьим. Через 1 ч после старта расстояние между первым и вторым было равно расстоянию между первым и третьим, а расстояние, которое осталось проехать третьему до А, было равно расстоянию между первым и вторым через 1 час 30 минут после старта, а также было равно $\frac{2}{5}$ расстояния между первым и третьим через 1 час 30 минут после старта. Найдите расстояние между пунктами А и В, если всем мотоциклистам для преодоления расстояния АВ необходимо не менее 1,5 часа. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c – целые. Найдите $f(-5)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_4 \left(36x - \frac{x^4}{3} + 47 \right)$ на отрезке $[-1; 5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sqrt{(\sin 3x - 2)^2} - \sqrt{9 \sin^2 3x - 24 \sin 3x + 16} = -4$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi \right]$.

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребра основания равны 4, а боковые рёбра равны 5. Точка K – середина ребра B_1C_1 , точка P лежит на ребре CC_1 так, что $C_1P : PC = 1 : 4$.

А) Докажите, что прямые AP и PK перпендикулярны

Б) Найдите угол между плоскостями APK и CAA_1 .

15. Решите неравенство:

$$\log_{\left(4 - \frac{x^2}{2}\right)} \left(55 - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} \right) \leq \frac{2}{\log_{5+\sqrt{3}} 2 + \log_{5+\sqrt{3}} (14 + 5\sqrt{3})}$$

16. Виктор Михайлович положил в банк 96000 рублей. Несколько лет ему начислялись то 5%, то 10% годовых, а за последний год начислили 25% годовых. При этом проценты начислялись в конце каждого года и добавлялись к сумме вклада. В результате его вклад стал равным 160083 рублей. Сколько лет пролежал вклад в банке?

17. Точка O – центр вписанной окружности треугольника ABC , точки O_1, O_2, O_3 – центры внеписанных окружностей, касающихся сторон BC, AC, AB соответственно.

А) Докажите, что точка O является точкой пересечения высот треугольника $O_1O_2O_3$.

Б) Найдите угол A треугольника ABC , если отрезок OO_1 короче отрезка O_2O_3 ровно в два раза.

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\log_a x + \frac{2}{\log_a x} |a + \log_a x| - \frac{a}{\log_a x} = 0$$

имеет хотя бы одно решение.

19. На доске написано число 1025 и еще несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 3000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

А) Может ли на доске быть написано ровно 514 чисел?

Б) Может ли на доске быть написано ровно 5 чисел?

В) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.