

Числа и их свойства 2023

Задание 1

Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.

- а) Можно ли получить из число 128 число 29?
- б) Можно ли получить из число 128 число 31?
- в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?

Задание 2

Трехзначное число, все цифры которого ненулевые, разделили на произведение его цифр.

- а) Могло ли в результате деления получиться частное, равное 8?
- б) Могло ли в результате деления получиться частное, равное 222?
- в) Какое наибольшее частное можно было получить в результате деления?

Задание 3

Дана правильная несократимая дробь $\frac{a}{b}$. За один ход можно увеличить числитель на знаменатель, а знаменатель на два числителя, т.е. получить несократимую дробь $\frac{(a+b)}{(b+2a)}$.

- а) Можно ли из дроби $\frac{2}{3}$ получить дробь $\frac{29}{41}$.
- б) Можно ли из некоторой дроби получить дробь $\frac{6}{7}$ за 2 хода.
- в) Дробь $\frac{c}{d}$ больше $\frac{7}{10}$. Найдите минимальную дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить из другой правильной несокращаемой дроби за 2 хода.

Задание 4

Для чисел A и B , состоящих из одинакового количества цифр, вычислили S – сумму произведений соответствующих цифр. Например, для числа $A = 123$ и $B = 579$ получается сумма $S = 15 + 27 + 39 = 46$.

- а) Существуют ли трёхзначные числа A и B , для которых $S = 100$?
- б) Существуют ли пятизначные числа A и B , для которых $S = 400$?
- в) Верно ли, что любое натуральное число от 1 до 260 является суммой для некоторых четырёхзначных чисел A и B ?

Задание 5

В игре число $a = 4$ и число $b = 5$, за ход можно сделать $(a - 1; b + 2)$ или $(a + 2; b - 1)$. (новые числа a и b всегда положительные)

- а) Можно ли получить число 200 за 100 ходов?
- б) Сколько нужно сделать ходов, чтобы получить сумму равную 300
- в) Сколько нужно сделать ходов, чтобы получить максимальную сумму, при этом ни одно число не превышает 200.

Задание 6

В классе больше 10, но не больше 26 человек, доля девочек не более 46%.

- а) Может ли в классе быть 9 девочек?
- б) Может ли в классе быть 55% девочек, если придёт ещё одна?
- в) Какова максимальная доля девочек, если в класс придёт одна девочка? (мах. доля $\in \mathbb{Z}$)

Задание 7

На доске написано трёхзначное число A . Серёжа зачёркивает одну цифру и получает двузначное число B , затем Коля записывает число A и зачёркивает одну цифру (возможно ту же, что Серёжа) и получает число C .

- а) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $A > 140$?
- б) Может ли быть верным уравнение $A = B \cdot C$, если $440 \leq A < 500$?
- в) Найдите наибольшее число A до 900, для которого выполняется $A = B \cdot C$.

Задание 8

Дано квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q и с натуральными корнями x_1 и x_2

- а) Найти все значения p , если $q = 5$.
- б) Может ли быть $p < 10$, если $q > 30$?
- в) Найти наименьшее значение p , если $q > 30$.

Ответы к задачам

1. а) да; б) нет; в) 2.
2. а) да; б) нет; в) 111.
3. а) да; б) нет; в) $\frac{5}{7}$.
4. а) да; б) нет; в) да.
5. а) нет; б) 291; в) 390.
6. а) да; б) нет; в) 50.
7. а) да; б) нет; в) 810.
8. а) 6; б) нет; в) 12.