Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2023

Финальный этап. 8 класс

Задача 1. Юный зоолог Вероника проводит серию экспериментов с кузнечиком. Она помещает его на дорожку с нанесёнными на неё делениями разметки и измеряет среднюю скорость его движения за определённый промежуток времени, одинаковый для всех экспериментов. Кузнечик умеет делать длинные прыжки, перемещаясь на два деления за один прыжок, и короткие прыжки, перемещаясь за один прыжок всего на одно деление. В любом случае кузнечик тратит на прыжок одну секунду.

В первом эксперименте кузнечик совершил некоторое количество длинных и коротких прыжков, при этом средняя скорость его движения оказывается равной $\frac{5}{4}$ делений в секунду. Во втором эксперименте кузнечик совершил столько длинных прыжков, сколько коротких прыжков он совершил в первом эксперименте, при этом средняя скорость его продвижения оказывается равной $\frac{7}{4}$ делений в секунду. Какой окажется его средняя скорость в третьем эксперименте, если в нём он совершил в два раза меньше коротких прыжков, чем в первом эксперименте? Ответ округлите до тысячных.

Возможное решение

Обозначим число коротких прыжков в первом эксперименте за m, а число длинных прыжков - за n. Тогда общее число прыжков равно $n+m$ и неизменно для всех экспериментов, т. к. время экспериментов фиксировано, а на каждый прыжок уходит одна секунда.

Принимая во внимание, что короткий прыжок составляет одно деление, а длинный прыжок – два деления, средняя скорость в первом эксперименте вычисляется следующим образом:

$$v_1 = \frac{m+2n}{(m+n)t} = \frac{5}{4}\ \text{дел/с},$$

где $t = 1$ с.

Во втором эксперименте число длинных прыжков совпало с числом коротких прыжков в первом эксперименте. Следовательно, число коротких прыжков во втором эксперименте совпадет с числом длинных прыжков в первом эксперименте. Тогда средняя скорость во втором эксперименте найдется как:

$$v_2 = \frac{n+2m}{(m+n)t} = \frac{7}{4}\ \text{дел/с}.$$

В третьем эксперименте число коротких прыжков составило $\frac{m}{2}$, стало быть число длинных прыжков составило $\frac{m}{2}+n$. Тогда средняя скорость кузнечика в третьем эксперименте находится как:

$$v_3 = \frac{0{,}5m + 2(n+0{,}5m)}{(m+n)t}.$$

Введем обозначения: $\alpha = \frac{m}{m+n}$, $\beta = \frac{n}{m+n}$. Тогда из первых двух экспериментов получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = \frac{5}{4}, \\ 2\alpha + \beta = \frac{7}{4}. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 4\alpha + 8\beta = 5, \\ 8\alpha + 4\beta = 7. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{3}{4},\ \beta = \frac{1}{4}.$$

Тогда для третьего эксперимента получаем:

$$v_3 = 0{,}5\alpha + 2(\beta + 0{,}5\alpha) = 1{,}5\alpha + 2\beta = \frac{13}{8} = 1{,}625\ \text{дел/с}.$$

Ответ:

$$v_3 = 1{,}625\ \text{дел/с}.$$

Критерии

1. Верно записано выражение для средней скорости в первом эксперименте (+ 1 балл).

2. Верно записано выражение для средней скорости во втором эксперименте (+ 1 балл).

3. Верно записано выражение для средней скорости в третьем эксперименте (+ 1 балл).

4. Верно получено уравнение, связывающее средние скорости движения в первых двух экспеиментах со средней скоростью движения в третьем эксперименте (+ 1 балл).

5. Получен верный численный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 2. Вероника проводит эксперимент по исследованию удельной теплоты парообразования воды. Для этого Вероника набрала воду массой m в открытый сосуд с электрическим нагревателем. После закипания она оставила воду кипеть еще на 5 минут, после чего измерила массу воды в нагревателе и зарегистрировала уменьшение массы воды на 5%. Для того, чтобы удостовериться в полученных результатах, Вероника снова отмерила и вскипятила воду такой же массы m, после чего снова оставила её кипеть еще 5 минут и ушла в соседнюю комнату делать записи в лабораторном журнале. В это время к экспериментальной установке незаметно подошёл Александр и подбросил в нагреватель пару кубиков льда общей массой $0{,}03m$ и температурой $0°C$. Когда Вероника вернулась к экспериментальной установке по прошествии пяти минут, вода снова кипела. И она измерила массу воды в нагревателе и рассчитала, на сколько процентов изменилась масса воды. Какой результат получила Вероника? Удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot°C}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$. Мощность и КПД нагревателя постоянны на протяжении всех экспериментов.

Возможное решение

Так как мощность и КПД нагревателя постоянны, то количество теплоты, переданное системе в первом эксперименте на протяжении пяти минут, равно количеству теплоты, переданному системе во втором эксперименте. Обозначим это количество теплоты через Q.

Для первого эксперимента верно следующее:

$$0{,}05mL = Q.$$

Известно, что во втором эксперименте вода кипела по прошествии пяти минут, значит, лёд успел расплавиться, а образовавшаяся вода нагрелась от $0°C$ до $100°C$. Тогда для второго эксперимента верно следующее:

$$0{,}03m\lambda + 0{,}03mc \cdot (100°C - 0°C) + \Delta mL = Q,$$

где Δm — масса испарившейся воды во втором эксперименте.

Из первых двух уравнений получаем:

$$0{,}03m\lambda + 3mc + \Delta mL = 0{,}05mL \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta m}{m} = 0{,}05 - 3\frac{c}{L} - 0{,}03\frac{\lambda}{L}.$$

$$\frac{\Delta m}{m} = 0{,}05 - 0{,}00548 - 0{,}00443 \approx 0{,}04.$$

Следовательно, масса испарившейся воды $\Delta m = 0{,}04m$. Принимая во внимание, что во втором эксперименте масса воды также увеличилась за счёт массы добавленного Александром льда, получаем общее изменение массы воды:

$$\Delta m_0 = 0{,}04m - 0{,}03m = 0{,}01m.$$

Итак, Вероника зарегистрирует уменьшение массы воды на 1%.

Ответ:

$$1\%.$$

Критерии

1. Верно записано выражение, связывающее теплоту, полученную системой, с массой испарившейся воды в первом эксперименте (+ 1 балл).

2. Сделан вывод о полном таянии льда в ходе второго эксперимента (+ 1 балл).

3. Верно записано выражение, связывающее теплоту, полученную системой, с массой испарившейся воды и массой льда во втором эксперименте (+ 1 балл).

4. Верно получено уравнение на массу воды, испарившейся во втором эксперименте (+ 1 балл).

5. Верно получен численный ответ, учитыающий изменение массы воды за счет испарения и за счет таяния льда (+ 1 балл).

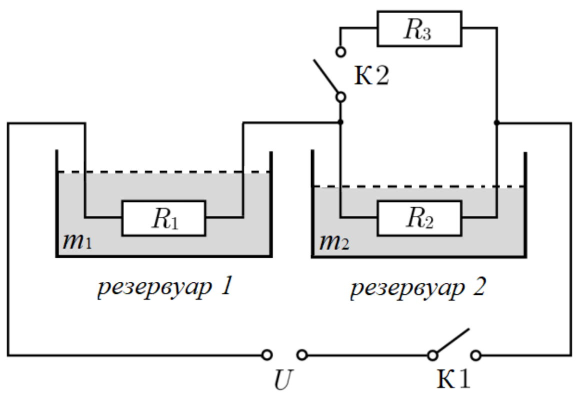
Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 3. Нагревательные элементы погружены в два резервуара с водой, соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения $U = 15$ В, как показано на рисунке. Сопротивление первого нагревательного элемента $R_1 = 4{,}0$ Ом, сопротивление второго нагревательного элемента $R_2 = 6{,}0$ Ом. Резистор с сопротивлением $R_3 = 3{,}0$ Ом подключен параллельно ко второму нагревательному элементу. В начальный момент времени ключи K_1 и K_2 разомкнуты. В первом калориметре находится вода массой $m_1 = 150$ г, во втором вода массой $m_2 = 110$ г. Вода в обоих калориметрах имеет одинаковую начальную температуру. Ключ K_1 замыкают и через $\tau_0 = 90$ секунд также замыкают ключ K_2.

1. Определить время τ, на которое должен быть замкнут ключ K_2, чтобы температура воды в обоих резервуарах стала одинаковой. В момент времени τ ключи K_1 и K_2 размыкают. Считать, что по прошествии времени τ в обоих резервуарах установилось тепловое равновесие.

2. Определить, на сколько градусов изменится температура воды с момента начала нагревания до установления теплового равновесия.

Удельная теплоёмкость воды $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ C}$. Теплоёмкостью резервуаров и сопротивлением соединительных проводов пренебречь. Систему следует считать теплоизолированной.



Возможное решение

1)Когда ключ K_2 разомкнут, нагревательные элементы потребляют мощность:

$$P_1 = R_1\left(\frac{U}{R_1 + R_2}\right)^2 = 9 \text{ Вт},$$

$$P_2 = R_2\left(\frac{U}{R_1 + R_2}\right)^2 = 13{,}5 \text{ Вт}.$$

При замыкании ключа K_2 общее сопротивление параллельно соединенных резисторов R_2 и R_3 равно

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 2 \text{ Ом}.$$

При замкнутом ключе K_2 нагревательные элементы потребляют мощность:

$$P_1' = R_1\left(\frac{U}{R_1 + R_{23}}\right)^2 = 25 \text{ Вт},$$

$$P_2' = R_2\left(\frac{R_3}{R_2 + R_3}\frac{U}{R_1 + R_{23}}\right)^2 = 4{,}17 \text{ Вт}.$$

Нагревательные элементы будут выделять тепло, равное их мощностям, умноженным на промежуток времени, в течение которого производилось нагревание. Теплота, полученная водой в каждом калориметре, в момент теплового равновесия равна

$$Q_1 = cm_1\Delta t = P_1\tau_0 + P_1'\tau,$$

$$Q_2 = cm_2\Delta t = P_2\tau_0 + P_2'\tau.$$

Отсюда можно найти искомое время:

$$\tau = \frac{m_1 P_2 - m_2 P_1}{m_2 P_1' - m_1 P_2'}\,\tau_0 = 44 \text{ с}.$$

2) Прирост температуры можно получить из ранее записанных уравнений:

$$\Delta t = \frac{P_1\tau_0 + P_1'\tau}{m_1 c} = 3^\circ C.$$

Ответ:

$$1)\ \tau = 44\ c,\ 2)\ \Delta t = 3^\circ C.$$

Критерии

1. Верно найдены мощности, потребляемые нагревательными элементами при разомкнутом ключе K_2 (+ 1 балл).
2. Верно найдены мощности, потребляемые нагревательными элементами при замкнутом ключе K_2 (+ 1 балл).
3. Верно найдена теплота, полученная водой в каждом калориметре, в момент теплового равновесия (+ 1 балл).
4. Верно найдено искомое время размыкания ключей (+ 1 балл).
5. Верно найдено искомое изменение температуры (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 4.

В калориметре А находится $m = 200$ г воды при температуре $t_{01} = 20°C$, в калориметре В вдвое больше воды при температуре $t_{02} = 80°C$. Далее происходит следующий процесс: из калориметра В переливают $\Delta m = 50$ г воды в калориметр А, после установления теплового равновесия в калориметре А переливают такое же количество воды обратно в калориметр В и ожидают установления теплового равновесия в калориметре В. Далее этот процесс повторяют несколько раз. Какое минимальное количество раз(учитывая первый процесс) потребуется совершить этот процесс, чтобы разность температур в двух калориметрах оказалась меньше $12°C$? Удельная теплоёмкость воды $c = 4200\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot°C}$. Теплоёмкостью каждого калориметра пренебречь. Систему следует считать теплоизолированной.

Возможное решение

1)Из уравнения теплового состояния определим разность температур после первого переливания для воды из первого калориметра(с меньшей температурой) и перелитой водой массы Δm. И выразим из этого уравнения температуру t_1, установившуюся в первом калориметре:

$$cm(t_1 - t_{01}) = c\Delta m(t_{02} - t_1) \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{mt_{01} + \Delta m t_{02}}{m + \Delta m} = \frac{kt_{02} + t_{01}}{k+1}, \text{ где } k = \frac{\Delta m}{m} = 0{,}25.$$

2)После переливания воды обратно во второй калориметр:

$$c(2m - \Delta m)(t_{02} - t_2) = c\Delta m(t_2 - t_1) \quad \Rightarrow \quad 2t_2 = (2-k)t_{02} + kt_1 = (2-k)t_{02} + \frac{k^2 t_{02} + kt_{01}}{k+1} = \frac{k(t_{01} + t_{02}) + 2t_{02}}{k+1}.$$

Тогда разность температур в двух калориметрах после этого переливания будет равна:

$$t_2 - t_1 = \frac{k(t_{01} + t_{02}) + 2t_{02}}{2(k+1)} - \frac{kt_{02} + t_{01}}{k+1} = \frac{2-k}{2(1+k)}(t_{02} - t_{01}) = 42°C.$$

3)Если мы повторим всю процедуру еще раз, то мы закономерно получим:

$$t_4 - t_3 = \frac{2-k}{2(1+k)}(t_2 - t_1) = \left[\frac{2-k}{2(1+k)}\right]^2 (t_2 - t_1) = 29°C,$$

где t_3 — температура первого калориметра после второй процедуры, t_4 — температура второго калориметра после второй процедуры.

Повторяя процедуру n раз, мы получим условие на разность температур в калориметрах после n-й процедуры:

$$\left[\frac{2-k}{2(1+k)}\right]^n (t_{02} - t_{01}) = t_{2n} - t_{2n-1} < 12°C.$$

Поскольку $\dfrac{2-k}{2(1+k)} = 0{,}7$ и $t_{02} - t_{01} = 60°C$, упростим неравенство:

$$0{,}7^n < \frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad n \geq 5.$$

Таким образом, для достижения разности температур в калориметрах меньше $12°C$ нам придётся повторить всю процедуру 5 раз.

Ответ:

$$n = 5.$$

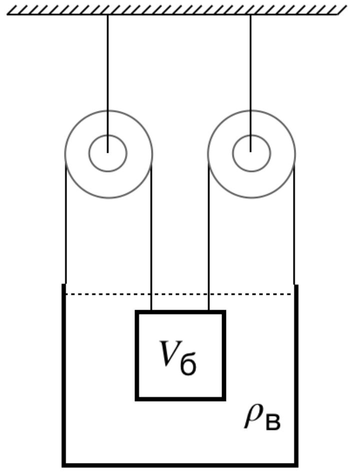
Критерии

1. Верно выражена температура t_1 (+ 1 балл).
2. Верно выражена температура t_2 (+ 1 балл).
3. Верно выражена разность температур после одного полного процесса переливания (+ 1 балл).
4. Верно найдена закономерность изменения разности температур в зависимости от номер процесса (+ 1 балл).
5. Верно найдено искомое количество процессов переливания (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 5.

Ёмкость, наполненную водой до объема $V_в$, симметрично закрепляют с бруском двумя нерастяжимыми тросами, перекинутыми через два блока, при этом брусок погружен в ёмкость с водой, как показано на рисунке. Ёмкость и тросы считать невесомыми. Объём бруска $V_б$ в 5 раз меньше объёма воды $V_в$. Система находится в равновесии, брусок полностью погружен в воду, но не касается дна. Определите, во сколько раз плотность материала бруска $\rho_б$ больше плотности воды $\rho_в$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение

В силу симметрии силы натяжения каждой из веревок равны:

$$T_1 = T_2$$

Обозначим через $T = T_1 + T_2$. Сила T должна быть равна силе давления, действующей на дно емкости:

$$T = \rho_в g h S$$

где h - высота воды в емкости после погружения блока, а S - площадь дна емкости. Заметим, что $Sh = V_в + V_б$. Таким образом:

$$T = \rho_в g(V_в + V_б)$$

Сумма сил, действующих на брусок, должна быть равна нулю, откуда следует:

$$T + F_{Арх} = mg$$

Подставляя значения для силы Архимеда, T и выражая массу бруска как $m = \rho_б V_б$, получаем:

$$\rho_в g(V_в + V_б) + \rho_в g V_б = \rho_б V_б g$$

По условию $V_б = 0,2V_в$, стало быть:

$$1,2\rho_в V_в + 0,2\rho_в V_в = 0,2\rho_б V_в$$

$$1,4\rho_в = 0,2\rho_б$$

Откуда следует:

$$\rho_б = 7\rho_в.$$

Ответ:

$$\frac{\rho_б}{\rho_в} = 7.$$

Критерии

1. Верно получено выражение, связывающее уровень жидкости в сосуде с силой натяжения веревки (+ 1 балл).
2. Верно получено выражение, связывающее уровень жидкости в сосуде с исходным объемом воды и с объемом бруска (+ 1 балл).
3. Верно записано условие равновесия для бруска (+ 1 балл).
4. Верно получено уравнение связывающее плотности воды и материала бруска (+ 1 балл).
5. Получен верный численный ответ. (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.