

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8											
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

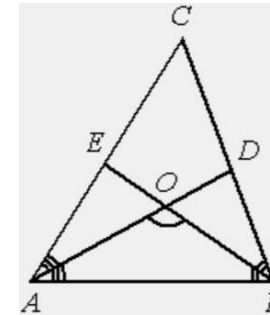
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

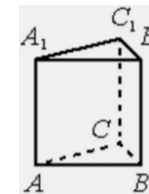
Часть 1

- 1** В треугольнике ABC угол C равен 58° , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 2** В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 1, найдите угол между прямыми AA_1 и BC_1 .



Ответ: _____.



3 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 7 прыгунов из Голландии и 8 прыгунов из Бразилии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым будет выступать прыгун из Бразилии.

Ответ: _____.

4 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ: _____.

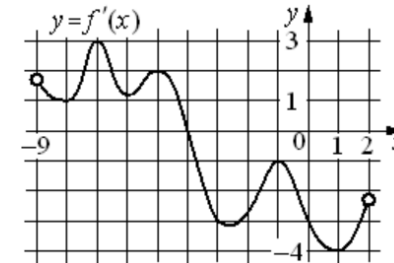
5 Найдите корень уравнения $\lg(4 - x) = 2$.

Ответ: _____.

6 Найдите $16 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 2)$. В какой точке отрезка $[-8; -4]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

8 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы:

$$T(t) = T_0 + bt + at^2,$$

где t — время (в мин.), $T_0 = 1320$ К, $a = -20 \frac{\text{К}}{\text{мин}^2}$, $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

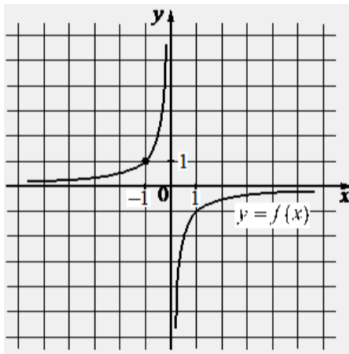
Ответ: _____.

9 Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.



- 10** На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите наименьшее значение функции $y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16}$ на отрезке $[-12; -2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение

$$\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - 6\sin^2 x) = x.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

- 13** В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $AA_1 = 4\sqrt{3}$. На рёбрах AB , $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = A_1 N = C_1 K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14** Решите неравенство

$$(3^{4x-x^2-3} - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0.$$

- 15** Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?



16 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- а) Докажите, что $AB = CD$.
б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 2a \leq x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \leq 6 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4; 5]$.

18 В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	119
2	45
3	0,4
4	0,16
5	-96
6	-8
7	-4
8	4
9	15
10	-0,1
11	-1
12	а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{17\pi}{6}; \frac{19\pi}{6}$
13	55
14	$(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$
15	4 года
16	8
17	$(-2\sqrt{2}; 2]$
18	а) да б) 17 в) 41

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



12 а) Решите уравнение

$$\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - 6 \sin^2 x) = x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

а) $4^x = 2^{2x} - \sqrt{3} \cdot \cos x - 6 \sin^2 x$

$$6 \cdot (1 - \cos^2 x) + \sqrt{3} \cdot \cos x = 0$$

$$-6 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x + 6 = 0$$

$t = \cos x$

$$-6t^2 + \sqrt{3}t + 6 = 0$$

$$D = 3 - 4 \cdot (-6) \cdot 6 = 147 = (7\sqrt{3})^2$$

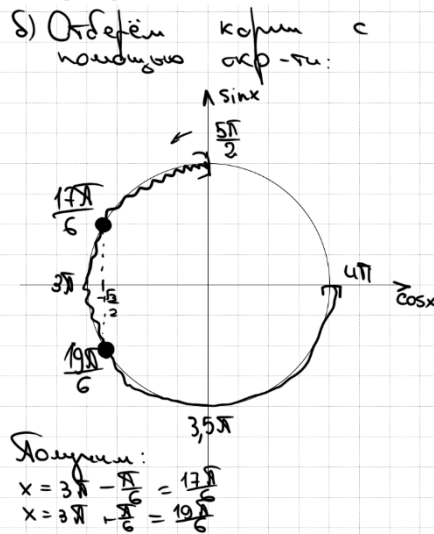
$$t = \frac{-\sqrt{3} \pm 7\sqrt{3}}{-12}$$

$$t = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad t = \frac{8\sqrt{3}}{12} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} > 1 = \sqrt{\frac{3}{3}}$$

ОТВЕТ: а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{17\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}$



Источники:
 Основная волна 2017

13 В правильной четырёхугольной призме $ABCD, B, C, D_1$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $AA_1 = 4\sqrt{3}$. На рёбрах AB, A_1D_1 и C_1D_1 отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM = A_1N = C_1K = 1$.

а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

Источники:
 Горли #14 2019
 Сергеев 2018
 Досрочная волна 2016

а) $NK = \sqrt{D_1N^2 + KD_1^2} = 5\sqrt{2}$

б) $\triangle D_1NK = \triangle BML$ по углу
 $ML = 5\sqrt{2}$

в) $\triangle NKM$:
 $xM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 $NM = \sqrt{5^2 + (4\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{2}$
 Аналогично $KL = 5\sqrt{2}$
 $\Rightarrow MNKL$ – ромб

г) Найдём KM :

ОТВЕТ: 55

Аналогично $NL = 10$
 $\Rightarrow MNKL$ – ромб с равными диаг. т.е. квадрат

б) $S_{\triangle MEN} + S_{MNKL} + S_{\triangle KFL}$

в) $\triangle A_1PN \sim \triangle KQ_1N$ по 2 углам
 $PA_1 = 1$
 $\triangle PA_1E = \triangle AEM$ по углу
 $\Rightarrow E$ – середина AA_1
 Аналогично F – середина CC_1

г) $h = \sqrt{13 - \frac{25}{2}} = \frac{1\sqrt{2}}{2}$
 $S = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \frac{1\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2}$

д) $S_{сеч} = \frac{5}{2} + 50 + \frac{5}{2} = 55$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1



обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

14 Решите неравенство $(3^{4x-x^2-3} - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0$.

$(3^{4x-x^2-3} - 3^0) \cdot (\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) - \log_{\frac{1}{2}}1) \geq 0$

$(3^{4x-x^2-3} - 3^0) \cdot (\frac{1}{2} - 1)(x^2 - 4x + 5) \geq 0 \quad | :(-\frac{1}{2})$

$(3^{4x-x^2-3} - 3^0) \cdot (x^2 - 4x + 5) \leq 0 \quad | :(-1)$

$(x^2 - 4x + 3) \cdot (x^2 - 4x + 5) \geq 0$

$(x-1)(x-3) \cdot (x-2)^2 \geq 0$

$x^2 - 4x + 4 + 1 > 0$
 $(x-2)^2 + 1 > 0$
 $x - \text{любое}$

ОТВЕТ: $(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$

Источники:
 Досрочная волна (Резерв) 2016
 МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f - \log_a g$	$\frac{(a-1)(f-g)}{(a-1)(f+g)}$
$a^f - a^g$	$\frac{(a-1)(f-g)}{(f+g)}$
$ f - g $	$\frac{(f-g)(f+g)}{(f+g)}$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$\frac{(f-g)}{(f+g)}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15 Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

Источники:
 Досрочная волна (Резерв) 2019

1 год: $p = 10$ 2 год: $p = 11$ 3 год: $p = 12$

Прибыль = $-0,5x^2 + 8x - 6$ Прибыль = $-0,5x^2 + 9x - 6$ $\Pi = -0,5x^2 + 10x - 6$

$x_{\text{вып}} = \frac{-8}{2 \cdot (-0,5)} = 8$ $x_{\text{вып}} = \frac{-9}{2 \cdot (-0,5)} = 9$ $x_0 = 10$

Прибыль при $x=8$ = 26 млн Прибыль при $x=9$ = 34,5 млн $\Pi = 44$ млн

4 год: $p = 13$
 Прибыль = $-0,5x^2 + 11x - 6$
 $x = 11$
 Прибыль = 54,5 млн

ОТВЕТ: $26 + 34,5 + 44 + 54,5 = 159$
 $\Rightarrow 4$ года.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220912



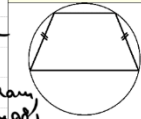
16 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- а) Докажите, что $AB = CD$.
 б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

Источники:

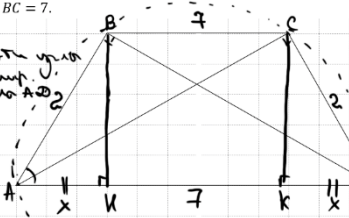
Основная волна 2018
 Основная волна (Резерв) 2018

ПРИЗНАК



Если трапеция вписана в окружность, то она – равнобедренная

а) ① $\angle ABD = 90^\circ$
 $\angle ACD = 90^\circ$
 \Rightarrow Можно описать около $ABCD$ окр-ть с диаметром AD



б) $\triangle ABK \sim \triangle CLD$
 (по 2 углам $\angle B = \angle D$ и $\angle AKB = \angle CLD$)

$$\frac{2}{2x+7} = \frac{x}{2}$$

$$2x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$D = 81$$

$$x = \frac{-7 \pm 9}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} \quad x < 0$$

$$AD = \frac{1}{2} + 7 + \frac{1}{2} = 8$$

② $ABCD$ – трапеция вписанная в окр-ть т.е. равнобедр. $\Rightarrow AB = CD$

ОТВЕТ: 8

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 2a \leq x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \leq 6 \end{cases}$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[4; 5]$.

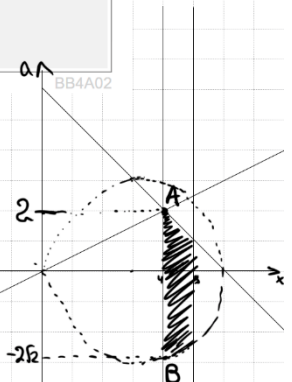
Источники:

ЕГЭ (старый банк)
 Досрочная волна 2017

$$\begin{cases} a \leq \frac{1}{2}x \\ x^2 - 6x + 9 + a^2 < 0 \\ a \leq -x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq \frac{1}{2}x \\ (x-3)^2 + a^2 < 3^2 \\ a \leq -x + 6 \\ 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

область ниже прямой $AB: \frac{1}{2}x$
 область внутри окружности с центром $(3; 0)$ и радиусом $R = 3$
 область ниже прямой $AC: -x + 6$



ОТВЕТ: $(-2\sqrt{2}; 2]$

Найдем ординату точки А:
 $\frac{1}{2}x = -x + 6$
 $\frac{3}{2}x = 6$
 $x = 4$
 $a = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

Найдем ординату точки В:
 $(x-3)^2 + a^2 = 3^2$ пересекает $x=4$
 $(4-3)^2 + a^2 = 9$
 $a^2 = 8$
 $a = \pm 2\sqrt{2}$
 $\Rightarrow a = -2\sqrt{2}$ – ордината точки В

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4



18 В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

Источники:
Основная волна 2014

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
- б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
- в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?

Пусть x — это кол-во мальчиков, отправивших письма
 y — это кол-во мальчиков, отправивших по 21 письму
 Тогда $(x+y)$ — кол-во девочек

Получим: $4x$ и отпр. по 4 п. каждо.
 $3y$ и отпр. по 21 п. каждо.
 17 девочек получили по 7 писем каждо.
 119 писем

Ответ: а) да.

а) $x \cdot 4 + y \cdot 21 = (x+y) \cdot 7$
 кол-во отпр. кол-во получ.
 $4x + 21y = 7x + 7y$
 $4x = 7x - 14y$
 $14y = 3x$
 $y = \frac{3x}{14}$
 $x = \frac{14y}{3}$
 Если $x = 14$, то $y = 3$
 мы получили верное рав. во

б) $x \cdot 4 + y \cdot 21 = (x+y) \cdot k$, где k — это кол-во полученных писем каждою девочкой
 $4x + 21y = kx + ky$
 $4x - kx = ky - 21y$
 $(4-k) \cdot x = (k-21)y$

- Если $k = 4$, то $0 \cdot x = -17y$ \emptyset
 $k = 21$, то $-17x = 0 \cdot y$ \emptyset
 $k = 3$, то $x = -18 \cdot y$ \emptyset
 $k < 3$, то x или y будет отриц.
 $k > 21$, то там же
 $k = 5$, то $-x = -16y$
 $x = 16y$
 $x = 16$
 $y = 1$
 $(y \geq 2$ по усл.)
 $2x = 15y$
 $x = 15$
 $y = 2$
 $(x+y)_{\text{макс}} = 17$
 $k = 7$, то $3x = 14y$
 $x = 14$
 $y = 3$
 $(x+y)_{\text{макс}} = 17$

Для любого $k \in [6, 19]$
 $(x+y)_{\text{макс}} = 17$
 Ответ: б) 17 (пример кокаси в а))

ОТВЕТ:	а)
	б)
	в)

18 В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
- б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
- в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?

в) Пусть n — кол-во девушек

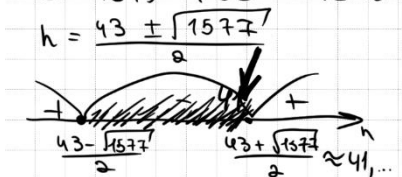
Количество полученных писем = $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n-1 = \frac{0+n-1}{2} \cdot n$
 (минимально возможное)

Кол-во отправленных писем = $2 \cdot 4 + (n-2) \cdot 21$
 (максимально возможное)

$\frac{n-1}{2} \cdot n \leq \text{кол-во писем} \leq 21n - 34$

$\frac{(n-1)}{2} \cdot n \leq 21n - 34 \quad | \cdot 2$

$n^2 - n \leq 42n - 68$
 $n^2 - 43n + 68 \leq 0$
 $D = 1849 - 4 \cdot 68 = 1849 - 272 = 1577$



$39 < \sqrt{1577} < 40$
 $82 < 43 + \sqrt{1577} < 83$
 $41 < \frac{43 + \sqrt{1577}}{2} < 41,5$

$\Rightarrow n_{\text{макс. целое}} = 41$

Покажем, что $n = 41$ можно быть.
 2 мал отпр по 4 } 827 писем
 39 мал по 21 п

Первые 40 девочек получили $0, 1, 2, \dots, 39$, т.е. $\frac{0+39}{2} \cdot 40 = 780$ писем
 41-ая девочка получила 47 писем
 Ответ: в) 41



Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте b ; – пример в пункте b , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

