

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

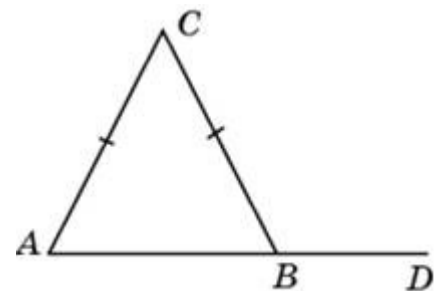
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

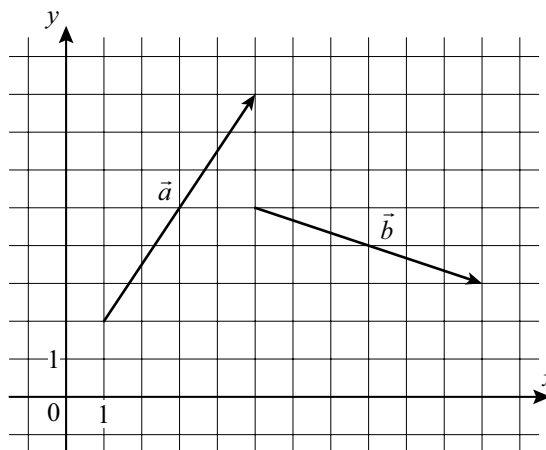
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В треугольнике  $ABC$  стороны  $AC$  и  $BC$  равны, угол  $C$  равен  $120^\circ$ , угол  $CBD$  — внешний. Найдите угол  $CBD$ . Ответ дайте в градусах.



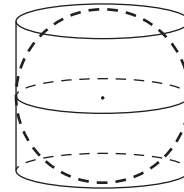
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 30. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 4 задач, равна 0,76. Вероятность того, что А. верно решит больше 3 задач, равна 0,89. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 4 задачи.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Игральную кость бросили два раза. Известно, что три очка не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 10».

Ответ: \_\_\_\_\_.

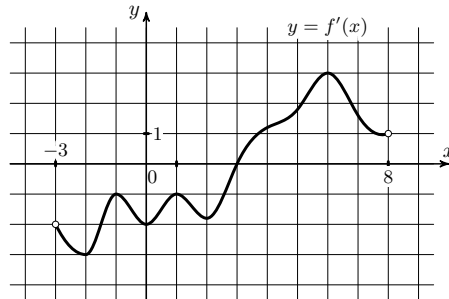
- 6 Решите уравнение  $3^{1-x} = 81$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения  $\log_2 56 - \log_2 7$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

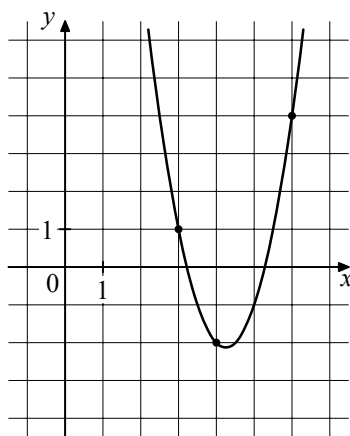
- 9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 километра, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Два велосипедиста одновременно отправились в 140-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 108x + 11$

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13.1** а) Решите уравнение

$$2 \cos x - \sqrt{3} \sin^2 x = 2 \cos^3 x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

**13.2** а) Решите уравнение

$$2 \cos x + \sin^2 x = 2 \cos^3 x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$ .

**13.3** а) Решите уравнение

$$\sin^2(x + \pi) - \cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

**13.4** а) Решите уравнение

$$\cos^2(\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**14.1** В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскость  $\alpha$  выходит из вершины  $B_1$  и  $D$ , пересекает стороны  $AA_1$  и  $CC_1$  в точках  $M$  и  $K$  соответственно и является ромбом.

а) Докажите, что  $M$  – середина ребра  $AA_1$ .

б) Найдите высоту призмы, если площадь основания равна 3, а площадь сечения равна 6.

**14.2** В прямоугольном параллелепипеде  $ACBDA_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Через точки  $B_1$  и  $D$  параллельно  $AC$  проведена плоскость, пересекающая ребро  $CC_1$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что  $K$  – середина  $CC_1$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости сечения.

**15.1** Решите неравенство

$$\log_{11} (2x^2 + 1) + \log_{11} \left( \frac{1}{32x} + 1 \right) \geq \log_{11} \left( \frac{x}{16} + 1 \right)$$

**15.2** Решите неравенство

$$\log_3 \left( \frac{1}{x} - 1 \right) + \log_3 \left( \frac{1}{x} + 1 \right) \leq \log_3 (8x - 1)$$

**16** Вадим владеет двумя заводами в разных городах. За  $t^2$  часов изготавливается  $t$  товаров. Рабочие первого завода получают 200 рублей в час, рабочие второго – 300 рублей в час. Недельный бюджет Вадима на оплату труда рабочих – 1200000 рублей. Какое максимальное количество товаров смогут произвести оба завода за одну неделю?

**17.1** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . В нём высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $H$ .

а) Докажите, что  $\angle BAN = \angle BB_1 C_1$ .

б) Найдите расстояние от центра описанной окружности до  $BC$ , если  $C_1 B_1 = 18$ , а  $\angle BAC = 30^\circ$ .

**17.2** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . В нём высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $H$ .

а) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$ .

б) Найдите  $BC$ , если  $AH = 8\sqrt{3}$  и  $\angle BAC = 60^\circ$ .

**18.1** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{4x^2 - (4a + 1)x + a}$$

имеет один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

**18.2** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a + 1)x + a}$$

имеет один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

**18.3** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 - (x - 1)\sqrt{3x - a} = x$$

имеет один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

**19** Из цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9 составляют два числа: трёхзначное и четырёхзначное. Известно, что они оба кратны 45.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2205?

б) Может ли сумма этих чисел равна 3435?

в) Чему равна наибольшая возможная сумма этих чисел?



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**