

# Планиметрия 2023

## Задание 1

Точка  $B$  лежит на отрезке  $AC$ . Прямая, проходящая через точку  $A$ , касается окружности с диаметром  $BC$  в точке  $M$  и второй раз пересекает окружность с диаметром  $AB$  в точке  $K$ . Продолжение отрезка  $MB$  пересекает окружность с диаметром  $AB$  в точке  $D$ .

- а) Докажите, что прямые  $AD$  и  $MC$  параллельны.
- б) Найдите площадь треугольника  $DBC$ , если  $AK = 5$  и  $KM = 25$ .

## Задание 2

Окружность касается одной из сторон прямого угла  $D$  в точке  $E$  и пересекает другую сторону угла в точках  $A$  и  $B$ . Точка  $A$  лежит на отрезке  $BD$ , а  $AC$  – диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что  $DE = \frac{1}{2}BC$ .
- б) Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $AC$ , если  $AD = 2$ ,  $AB = 6$ .

## Задание 3

$ABC$  равносторонний треугольник. На стороне  $AC$  выбрана точка  $M$ , серединный перпендикуляр к отрезку  $BM$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $E$ , а сторону  $BC$  в точке  $K$ .

- а) Доказать что угол  $AEM$  равен углу  $CMK$ .
- б) Найти отношение площадей треугольников  $AEM$  и  $CMK$ , если  $AM : CM = 1 : 4$ .

#### Задание 4

Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Биссектрисы углов  $BAD$  и  $BCD$  пересекаются в точке  $O$ . Точки  $M$  и  $N$  отмечены на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  соответственно. Известно, что  $AM = MO$ ,  $CN = NO$ .

- а) Докажите, что точки  $M$ ,  $N$  и  $O$  лежат на одной прямой.
- б) Найдите  $AM : MB$ , если известно, что  $AO = OC$  и  $BC : AD = 1 : 7$ .

#### Задание 5

Дан ромб  $ABCD$ . Прямая, перпендикулярная стороне  $AD$ , пересекает его диагональ  $AC$  в точке  $M$ , диагональ  $BD$  — в точке  $N$ , причем  $AM : MC = 1 : 2$ ,  $BN : ND = 1 : 3$ .

- а) Докажите, что  $\cos \angle BAD = 0,2$ .
- б) Найдите площадь ромба, если  $MN = 5$ .

#### Задание 6

Касательная к окружности, вписанной в квадрат  $ABCD$ , пересекает стороны  $AB$  и  $AD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно.

- а) Докажите, что периметр треугольника  $AMN$  равен стороне квадрата.
- б) Прямая  $MN$  пересекает прямую  $CD$  в точке  $P$ . Найдите в каком отношении делит сторону  $BC$  прямая, проходящая через  $P$  и центр окружности, если  $AM : MB = 1 : 3$

## Отвeты

1.  $\frac{375}{\sqrt{11}}$ ;

2. 4;

3.  $\frac{3}{2}$ ;

4.  $\frac{1}{2}$ ;

5.  $60\sqrt{6}$ ;

6.  $\frac{1}{3}$ .