Квадратные уравнения. Различные виды и способы их решения.

Все мы знаем общее определение квадратных уравнений. Сегодня же попробуем более «простым» языком поговорить об алгоритмах их решения. Почему алгоритмах? А, потому что, квадратное уравнение может быть представлено в разных видах. Следовательно, каждый вид имеет свой алгоритм решения. Но не будем забегать вперед и начнем с самого начала.

Общий вид квадратного уравнения.

$ax^2+вx+c=0$ где а,в,с, некоторые числа.

Почему данный уравнение называется квадратным? Потому что, максимальная степень переменной х в уравнении вторая. Кстати 2-ая степень также говорит о том, что максимальное число корней у данного уравнения тоже 2.

Например:

$x^5+2x^3-x+7=0$ - это уравнение пятой степени, а значит и максимальное количество корней не будет больше пяти. Может ли корней (ответов) быть меньше? Да, конечно. В некоторых же случаях уравнение вообще может не иметь решения.

Но вернемся к нашей теме. Квадратные уравнения бывают полного и неполного вида. Рассмотрим таблицу:

Полный вид	**Неполный вид**		
$ax^2+вx+c=0$ где а,в,с, некоторые числа.	$ax^2+вx=0$ где а,в некоторые числа.	ах2-с=0 где а,с некоторые числа.	$ax^2=0$ где а,в,с, некоторые числа.
Способы решения: 1. Дискриминант 2. Теорема обратная т. Виета	Способ решения: 1. Вывести общую переменную х за скобки.	Способ решения: 1) Перенести число в правую часть, разделить, вывести корень. (+,-)	Способ решения: 1) 0 делиться на число а.
Дискриминант: $D=b^2-4ac$ Если: D>0 - 2 корня ур-я D=0 - 1 корень ур-я D<0 - нет корней $x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$	х*(ах+1) =0 Произведение тогда равно 0, когда один из множителей равен 0. 2) Приравниваем каждый множитель к 0.	$ax^2=c$ $x^2 = c:a$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{c}{a}}$	При делении в ответе получается 0. Уравнение имеет 1 корень.
Теорема обратная т. Виета. Если а=1. x_1 и x_2 подбираем так, чтобы: $c= x_1 * x_2$ $в = x_1 + x_2$ (с противоположным знаком)	Х=0 или ах+1=0 Первый множитель дает нам первый корень уравнения. Второй множитель представлен в виде простейшего линейного ур-я. Решаем его и находим второй корень ур-я.	Если при делении с на а в ответе получается отрицательное число. То уравнение не имеет корней.	

Применение алгоритмов решения на практике:

Найдите корни уравнения : $x^2-4x-12=0$

а=1 в= -4 с= -12

Как мы видим, перед нами полный вид квадратного уравнения. Так как а=1, то данное уравнение можно решить двумя способами: по Дискриминанту; по теореме Виета.

Рассмотрим оба способа:

Нахождение корней по Дискриминанту	Нахождение корней по теореме Виета
x^2-4x-12=0 a=1 в= -4 с= -12 D= $(-4)^2$ -4*1*(-12) = 16+48= 64 (D>0, 2 корня) $x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{4-8}{2} = -2$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{4+8}{2} = 6$ Корни уравнения: -2 и 6.	x^2-4x-12=0 a=1 в= -4 с= -12 Подбираем корни: x_1= -2 x_2= 6 Проверяем: С (x_1*x_2)= -2 * 6 = -12 В ($x_1 + x_2$)= -2 + 6 = 4 (противоположное число) Корни уравнения: -2 и 6.

А теперь рассмотрим решение неполных квадратных уравнений:

$6x^2$=-3x – перенесем – 3x в первую часть уравнения;

$6x^2$ + 3x = 0 -неполный вид квадратного уравнения (а, в);

X*(6x+3)=0 - вынесем х за скобку;

X=0 или 6x+3=0 - произведение равно нулю тогда, когда один их множителей равен нулю;

X_1=0 или 6x= -3 - находим второй корень;

X_2= -0,5

Ответ: корни уравнения 0 и -3.

16 x^2- 9= 0 неполный вид квадратного уравнения (а,с)

$16x^2$ = 9

X^2=9/16

$x = \sqrt{\frac{9}{16}}$ $x_{1,2} = \mp\frac{3}{4}$

Ответ: корни уравнения $x_{1,2} = \mp\frac{3}{4}$.

Итак, мы разобрали основные этапы решения квадратных уравнений. Как мы убедились, алгоритмы решений различны. Мало определить тип уравнения, надо еще установить вид уравнения (полное или неполное). От этого и будет зависеть алгоритм его решения. Пользуясь опорной таблицей, попробуйте самостоятельно выполнить несколько заданий.

И напоследок несколько советов:

Не спешите!

Придерживайтесь алгоритма решений!

Рассуждайте!

Больше практики!