

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 423

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

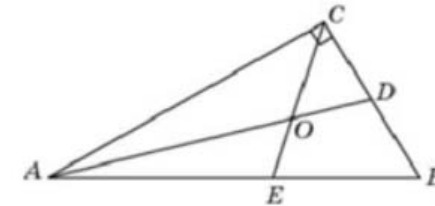
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

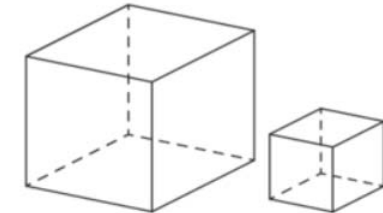
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Острый угол прямоугольного треугольника равен 32° . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.



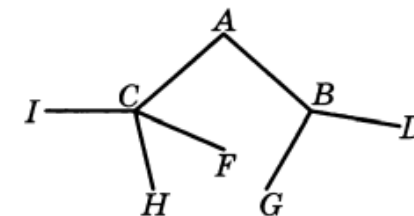
Ответ: _____.

2. Объём первого куба в 2197 раз больше объёма второго куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?



Ответ: _____.

3. Павел Иванович совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадёт в точку G.



Ответ: _____.

4. Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 разных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть шесть разных принцесс из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 1 или 2 шоколадных яйца?

Ответ: _____.

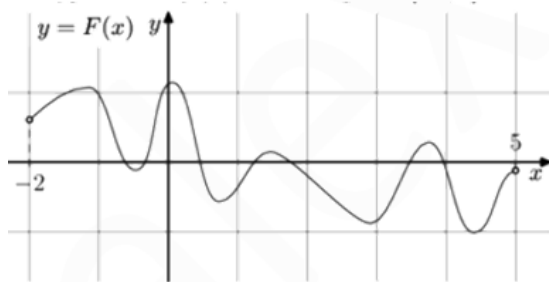
5. Решите уравнение $\sqrt{1 - x\sqrt{x^2 - 1}} = x - 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}}(49 + 20\sqrt{6})$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ - одной из первообразных функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 5)$. Найдите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-1; 4]$.



Ответ: _____.

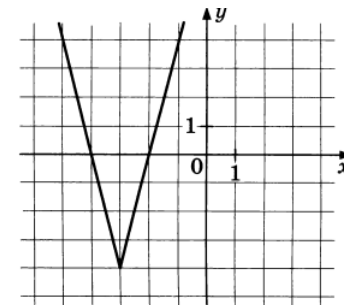
8. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$, где p_1 и p_2 - давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, V_1 и V_2 - объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 313,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах.

Ответ: _____.

9. Толстовка дороже футболки на 19% и дешевле, чем кеды, на 30%. На сколько процентов кеды дороже футболки?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = |kx + b| + c$, где числа k, b и c - целые числа, $k > 0$. Найдите значение $f(-5, 6)$.



Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = (1 - 2x) \cos x + 2 \sin x + 3$, принадлежащую промежутку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sqrt{2 + \sqrt{6} - (6\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\sin x} = 2 \sin x - \sqrt{2}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$

13. В основании пирамиды SABCD лежит трапеция с большим основанием AD. Диагонали пересекаются в точке O. Точки M и L – середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и L параллельно прямой SO.

А) Докажите, что сечение пирамиды SABCD плоскостью α является трапецией.

Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α , если AD=6, BC=5, SO=5, а прямая SO перпендикулярна прямой AD.

14. Решите неравенство: $\log_x \left(\frac{2x + \frac{2}{5}}{5(1-x)} \right) > 0$

15. Производство некоторого товара облагалось налогом в размере t_0 рублей за единицу товара. После того как государство, стремясь увеличить сумму налоговых поступлений, увеличило налог на 60% (до $t_1 = 1,6t_0$), сумма налоговых поступлений не изменилась. На сколько процентов государству следует изменить налог после этого, чтобы добиться максимальных налоговых сборов, если известно, что при налоге, равном t рублей за единицу товара, объём производства товара составляет $12000 - 2t$ единиц, если это число положительно, и 0 единиц иначе?

16. В трапеции ABCD с основанием AD диагонали пересекаются в точке O, AD=2BC. Через вершину A проведена прямая, параллельная диагонали BD, а через вершину D проведена прямая, параллельная диагонали AC, и эти прямые пересекаются в точке E.

А) Докажите, что BO:AE=1:2

Б) Прямые BE и CE пересекают сторону AD в точках M и N соответственно. Найдите MN, если AD=20.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{16}} + \frac{\sqrt{xa}}{2} = x^2 + \frac{a^2}{16} + \frac{xa}{4} \\ \frac{xa}{4} \cdot \left(x^2 + \frac{a^2}{16}\right) - \frac{xa}{4} - x^2 - \frac{a^2}{16} + 1 \geq 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

18. Обозначим через a_n количество n -значных чисел ($n > 1$), в записи которых есть хотя бы одна цифра 0.

А) Какой цифрой оканчивается число a_n ?

Б) При каких значениях n число a_n заканчивается двумя девятками?

В) Может ли сумма делителей числа a_n при делении на 13 иметь в остатке 7?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.