

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 424**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8    10 - 0,8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1.** В тупоугольный равнобедренный треугольник вписана окружность. Точка касания окружности с одной из сторон треугольника делит ее на отрезки длиной 9 и 56. Найдите площадь треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Плоскости двух несмежных боковых граней правильной четырехугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, а апофема равна  $4\sqrt{2}$ . Найдите сторону основания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** В классе 35 человек, среди них у шестерых в году пятерки по теории вероятностей, а у восьмерых в году пятерки по физике. При этом нет никого, у кого были бы пятерки по этим двум предметам. Найдите вероятность того, что случайно выбранный ученик класса имеет пятерку по одному из этих двух предметов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Игральную кость бросают до тех пор, пока не выпадет шестерка. Найдите вероятность того, что это случится не позже третьей попытки. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

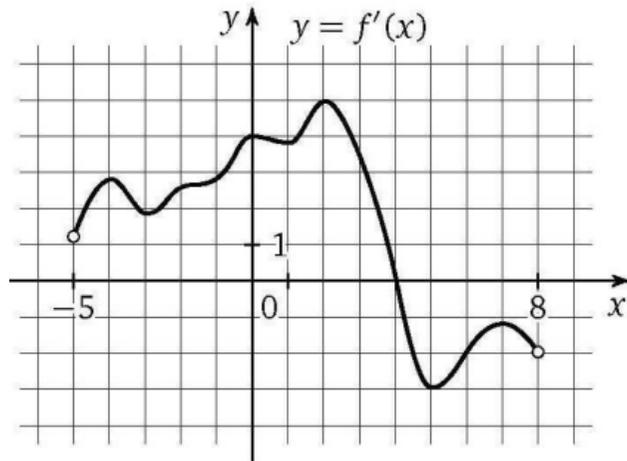
5. Решите уравнение  $6^{x+2,5} - 6^{x-0,5} = 1290$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\log_2^2 96 \cdot \log_{12} 2 - \frac{(\log_2 12 - 3)^2}{\log_2 12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$ , где  $f'(x)$  — производная функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 8)$ . В какой точке отрезка  $[-4; -1]$  функция  $y = f(x)$  достигает своего наименьшего на этом отрезке значения?



Ответ: \_\_\_\_\_.

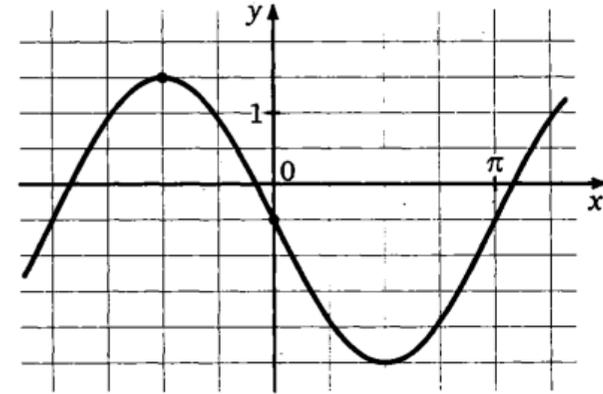
8. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $p \cdot V^\alpha = const$ , где  $p$  — давление в газе (в Па),  $V$  — объем газа (в  $\text{м}^3$ ), а  $const$  и  $\alpha$  — постоянные величины. Найдите минимальное значение  $\alpha$ , при котором уменьшение объема газа в 16 раз приводит к увеличению давления не менее, чем в 32 раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 60 км/ч и 30 км/ч. Длина пассажирского поезда составляет 350 метров. Найдите длину скорого поезда, если поезда прошли мимо друг друга за 24 секунды. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = a \sin x + b$ . Найдите значение выражения  $\frac{b-a}{b+a}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = \lg(x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 37)$  на отрезке  $[-1; 7]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\cos 4x + \frac{\cos x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; \pi]$ .

13. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  все ребра равны. Точки  $M$  и  $N$  – середины ребер  $SA$  и  $SC$  соответственно.

А) В каком отношении плоскость  $BMN$  делит высоту  $SH$  пирамиды?

Б) Найдите угол между плоскостью  $BMN$  и основанием пирамиды, если ребра пирамиды равны 12.

14. Решите неравенство:  $|\log_2 x + 1| - \frac{1}{|\log_2 x + 1| - 2} \geq 2$

15. В сентябре 2025-го года планируется взять кредит на 5 лет в размере 315 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по август необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в сентябре 2026, 2027 и 2028 года долг остается равным 315 тыс. рублей;
- выплаты в 2029 и 2030-м году равны;
- к сентябрю 2030-го года долг должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общий размер выплат по погашению долга составит 457,5 тыс. рублей.

16. Около окружности с центром  $O$  описана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ ,  $K$  – точка касания окружности со стороной  $AB$ .

А) Докажите, что  $AB \cdot \sqrt{AK \cdot BK} = AO \cdot BO$ .

Б) Найдите отношение меньшего основания трапеции к большему, если известно, что  $AB = CD$ , а площадь четырехугольника с вершинами в точках касания окружности со

сторонами трапеции составляет  $\frac{16}{81}$  площади трапеции  $ABCD$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$\frac{ax - a(1-a)}{a^2 - ax - 1} > 0$$

будет выполнено для любых  $x$ , не превосходящих по модулю 1.

18. Натуральные числа  $a, b, c$  и  $d$  удовлетворяют условию  $a > b > c > d$ .

А) Найдите  $a, b, c$  и  $d$ , если  $a + b + c + d = 16$ , а  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 32$ .

Б) Может ли быть  $a + b + c + d = 29$  и  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 29$ ?

В) Пусть  $a + b + c + d = 1400$  и  $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 1400$ . Найдите количество возможных значений числа  $a$ .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.