

**ОГЭ математика  
139 вариант**

**1.** Вячеслав страховал свою гражданскую ответственность два года. В течение первого года была сделана одна страховая выплата, после этого выплат не было. Какой класс будет присвоен Вячеславу на начало третьего года страхования?

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года, в соответствии со следующей таблицей.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев |                     |                     |                     |                     |
|--|-----------------|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|  |                 | 0 страховых выплат   | 1 страховая выплата | 2 страховых выплаты | 3 страховых выплаты | 4 страховых выплаты |
| М  | 2,45            | 0  | М                   | М                   | М                   | М                   |
| 0  | 2,3             | 1  | М                   | М                   | М                   | М                   |
| 1  | 1,55            | 2  | М                   | М                   | М                   | М                   |
| 2  | 1,4             | 3  | 1                   | М                   | М                   | М                   |

|          |          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>4</b> | <b>1</b> | <b>М</b> | <b>М</b> | <b>М</b> |
| 4        | 0,95     | 5        | 2        | 1        | М        | М        |
| 5        | 0,9      | 6        | 3        | 1        | М        | М        |
| 6        | 0,85     | 7        | 4        | 2        | М        | М        |
| 7        | 0,8      | 8        | 4        | 2        | М        | М        |
| 8        | 0,75     | 9        | 5        | 2        | М        | М        |
| 9        | 0,7      | 10       | 5        | 2        | 1        | М        |
| 10       | 0,65     | 11       | 6        | 3        | 1        | М        |
| 11       | 0,6      | 12       | 6        | 3        | 1        | М        |
| 12       | 0,55     | 13       | 6        | 3        | 1        | М        |
| 13       | 0,5      | 13       | 7        | 3        | 1        | М        |

**2.** Чему равен КБМ на начало третьего года страхования?

**3.** Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

| Стаж, лет \ Возраст, лет | 0    | 1    | 2    | 3-4  | 5-6  | 7-9  | 10-14 | бо<br>1 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|---------|
| 16-21                    | 1,87 | 1,87 | 1,87 | 1,66 | 1,66 |      |       |         |
| 22-24                    | 1,77 | 1,77 | 1,77 | 1,04 | 1,04 | 1,04 |       |         |
| 25-29                    | 1,77 | 1,69 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | 1,01  |         |
| 30-34                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | 0,96  | 0,      |
| 35-39                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,99 | 0,96 | 0,96 | 0,96  | 0,      |
| 40-49                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96  | 0,      |
| 50-59                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96  | 0,      |
| старше 59                | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93  | 0,      |

Когда Вячеслав получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 23 года. Чему равен КВС на начало 3-го года страхования?

4. В начале второго года страхования Вячеслав заплатил за полис 27 435 руб. Во сколько рублей обойдётся Вячеславу полис на третий год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

5. Вячеслав въехал на участок дороги протяжённостью 3,3 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге — 80 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Вячеслав въехал на участок в 10:05:08, а покинул его в 10:07:20. Нарушил ли Вячеслав скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{19}\right) \cdot 19.$$

6. Найдите значение выражения

$$\frac{5}{9} \text{ и } \frac{11}{17}?$$

7. Какое из следующих чисел заключено между числами

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 0,3
- 2) 0,4
- 3) 0,5
- 4) 0,6

$$\frac{1}{3^{-8}} \cdot \frac{1}{3^7}.$$

8. Найдите значение выражения

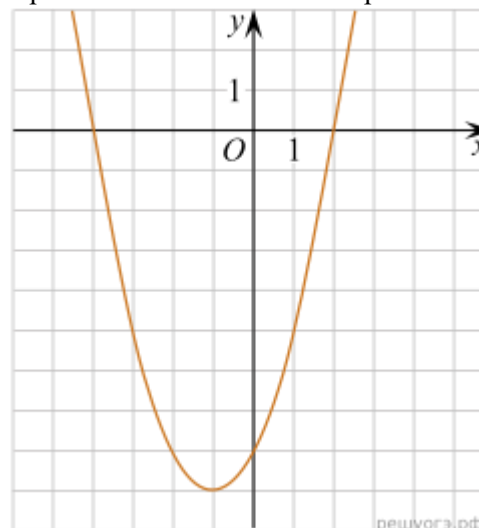
9. Найдите корень уравнения  $(x - 11)(-x + 9) = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

10. В денежно-вещевой лотерее на 100 000 билетов разыгрывается 1300 вещевых и 850 денежных выигрышей. Какова вероятность получить вещевой выигрыш?

11. На рисунке изображён график квадратичной функции  $y=f(x)$ .

Какие из следующих утверждений о данной функции являются верными? Запишите их номера.



- 1) Функция убывает на промежутке  $[-1; +\infty)$
- 2)  $f(x) > 0$  при  $x < -4$  и при  $x > 2$

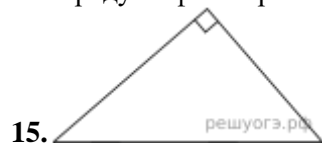
3) Наименьшее значение функции равно  $-9$

12. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6000 + 4100 \cdot n$ , где  $n$  — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 10 колец. Ответ дайте в рублях.

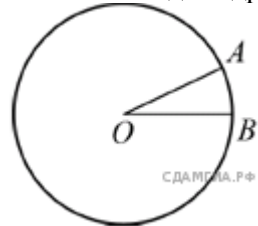
13. Решите неравенство  $x^2 - 64 > 0$

- 1)  $(-\infty; +\infty)$
- 2)  $(-8; 8)$
- 3)  $(-\infty - 8) \cup (8; +\infty)$
- 4) нет решений

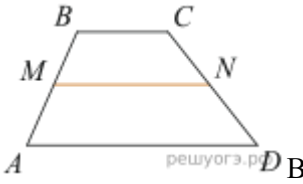
14. В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду амфитеатра?



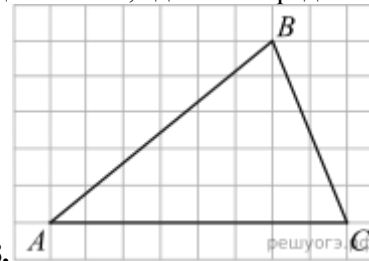
15. В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 20 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



16. На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 20^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 88. Найдите длину большей дуги.



17. трапеции  $ABCD$  известно, что  $AD = 4$ ,  $BC = 2$ , а её площадь равна 60. Найдите площадь трапеции  $BCNM$ , где  $MN$  — средняя линия трапеции  $ABCD$ .



18. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .

19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
- 2) Диагонали ромба перпендикулярны.
- 3) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

$$\begin{cases} 3x^2 - 4x = y, \\ 3x - 4 = y. \end{cases}$$

20. Решите систему уравнений

21. Первый рабочий за час делает на 9 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 112 деталей, на 4 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

22. Известно, что графики функций  $y = x^2 + p$  и  $y = -4x - 5$  имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

23. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 7, а средняя линия равна 10.

24. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.

25. В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 6$ ,  $BC = 5$ .

### Решение

1. Вячеслав страховал свою гражданскую ответственность два года. В течение первого года была сделана одна страховая выплата, после этого выплат не было. Какой класс будет присвоен Вячеславу на начало третьего года страхования?

Каждый водитель в Российской Федерации должен быть застрахован по программе обязательного страхования гражданской ответственности (ОСАГО). Стоимость полиса получается умножением базового тарифа на несколько коэффициентов. Коэффициенты зависят от водительского стажа, мощности автомобиля, количества предыдущих страховых выплат и других факторов.

Коэффициент бонус-малус (КБМ) зависит от класса водителя. Это коэффициент, понижающий или повышающий стоимость полиса в зависимости от количества ДТП в предыдущий год. Сначала водителю присваивается класс 3. Срок действия полиса, как правило, один год. Каждый последующий год класс водителя рассчитывается в зависимости от числа страховых выплат в течение истекшего года, в соответствии со следующей таблицей.

| Класс на начало годового срока страхования | Коэффициент КБМ | Класс по окончании годового срока страхования с учётом наличия страховых случаев |             |             |             |             |
|--|-----------------|--|-------------|-------------|-------------|-------------|
|  |                 | 0 страховых  | 1 страховая | 2 страховых | 3 страховых | 4 страховых |
|  |                 |  |             |             |             |             |

| ия       |          | выплат   | выплат а | выплат ы | выплат ы | выплат ы |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| М        | 2,45     | 0        | М        | М        | М        | М        |
| 0        | 2,3      | 1        | М        | М        | М        | М        |
| 1        | 1,55     | 2        | М        | М        | М        | М        |
| 2        | 1,4      | 3        | 1        | М        | М        | М        |
| <b>3</b> | <b>1</b> | <b>4</b> | <b>1</b> | <b>М</b> | <b>М</b> | <b>М</b> |
| 4        | 0,95     | 5        | 2        | 1        | М        | М        |
| 5        | 0,9      | 6        | 3        | 1        | М        | М        |
| 6        | 0,85     | 7        | 4        | 2        | М        | М        |
| 7        | 0,8      | 8        | 4        | 2        | М        | М        |
| 8        | 0,75     | 9        | 5        | 2        | М        | М        |
| 9        | 0,7      | 10       | 5        | 2        | 1        | М        |
| 10       | 0,65     | 11       | 6        | 3        | 1        | М        |
| 11       | 0,6      | 12       | 6        | 3        | 1        | М        |
| 12       | 0,55     | 13       | 6        | 3        | 1        | М        |
| 13       | 0,5      | 13       | 7        | 3        | 1        | М        |

### Решение.

В начале первого года Вячеславу был присвоен класс 3. В течение первого года Вячеслав сделал одну страховую выплату, значит, на начало второго года ему был присвоен класс 1. В течение второго года страховых выплат не было, поэтому Вячеславу на начало третьего года был присвоен класс 2.

Ответ: 2.

2. Чему равен КБМ на начало третьего года страхования?

**Решение.**

В начале первого года Вячеславу был присвоен класс 3. В течение первого года Вячеслав сделал одну страховую выплату, значит, на начало второго года ему был присвоен класс 1. В течение второго года страховых выплат не было, поэтому Вячеславу на начало третьего года был присвоен класс 2. Следовательно, КБМ на начало третьего года страхования равен 1,4.

Ответ: 1,4.

3. Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса (см. таблицу).

| Стаж, лет \ Возраст, лет | 0    | 1    | 2    | 3-4  | 5-6  | 7-9  | 10-14 | бо<br>1 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|---------|
| 16-21                    | 1,87 | 1,87 | 1,87 | 1,66 | 1,66 |      |       |         |
| 22-24                    | 1,77 | 1,77 | 1,77 | 1,04 | 1,04 | 1,04 |       |         |
| 25-29                    | 1,77 | 1,69 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,04 | 1,01  |         |
| 30-34                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 1,04 | 1,04 | 1,01 | 0,96  | 0,      |
| 35-39                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,99 | 0,96 | 0,96 | 0,96  | 0,      |
| 40-49                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96  | 0,      |
| 50-59                    | 1,63 | 1,63 | 1,63 | 0,96 | 0,96 | 0,96 | 0,96  | 0,      |
| старше 59                | 1,60 | 1,60 | 1,60 | 0,93 | 0,93 | 0,93 | 0,93  | 0,      |

Когда Вячеслав получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 23 года. Чему равен КВС на начало 3-го года страхования?

**Решение.**

Поскольку когда Вячеслав впервые получил права и оформил полис ему было 23 года, на начало 3-го года страхования он будет попадать в возрастную категорию 25-29 лет, а его стаж составит 2 года. Следовательно, КВС равен 1,63.

Ответ: 1,63.

4. В начале второго года страхования Вячеслав заплатил за полис 27 435 руб. Во сколько рублей обойдётся Вячеславу полис на третий год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ и КВС) не изменятся?

**Решение.**

Найдём КБМ и КВС на начало второго года. КБМ на начало второго года равен 1,55. КВС на начало второго года равен 1,77. Теперь найдём составим уравнение и найдём другие коэффициенты:

$$27435 = x \cdot 1,55 \cdot 1,77 \Leftrightarrow x = \frac{27435}{1,55 \cdot 1,77} = 10000.$$

КБМ на начало третьего года равен 1,4, КВС на начало третьего года равен 1,63. Значит, на начало третьего года стоимость полиса равна

$$10000 \cdot 1,4 \cdot 1,63 = 22820 \text{ руб.}$$

Ответ: 22 820.

5. Вячеслав въехал на участок дороги протяжённостью 3,3 км с камерами, отслеживающими среднюю скорость движения. Ограничение скорости на дороге — 80 км/ч. В начале и в конце участка установлены камеры, фиксирующие номер автомобиля и время проезда. По этим данным компьютер вычисляет среднюю скорость на участке. Вячеслав въехал на участок в 10:05:08, а покинул его в 10:07:20. Нарушил ли Вячеслав скоростной режим? Если да, на сколько км/ч средняя скорость на данном участке была выше разрешённой?

**Решение.**

Поскольку Вячеслав въехал на участок в 10:05:08, а покинул его в 10:07:20, он проехал расстояние в 3,3 км за 132 секунд. Переводя в часы,

получаем  $\frac{11}{300}$  ч. Значит, он двигался со средней скоростью

$$\frac{3,3}{\frac{11}{300}} = 90 \text{ км/ч.}$$

Таким образом, Вячеслав превысил скорость на 10 км/ч.

Ответ: 10.

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{19}\right) \cdot 19.$$

6. Найдите значение выражения

**Решение.**

Раскроем скобки:

$$\begin{aligned} \left(2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{19}\right) \cdot 19 &= 2 \cdot 19 + \frac{1}{4} \cdot 19 - 19 - 19 \cdot \frac{3}{19} = \\ &= 19 + \frac{19}{4} - 3 = 16 + 4\frac{3}{4} = 20\frac{3}{4} = 20,75. \end{aligned}$$

Ответ: 20,75.

7. Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{5}{9}$  и  $\frac{11}{17}$ ?  
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 0,3
- 2) 0,4
- 3) 0,5
- 4) 0,6

**Решение.**

$$\text{Заметим, что } \frac{5}{9} = 0,55\dots, \quad \frac{11}{17} = 0,647\dots$$

Из предложенных вариантов ответа только число 0,6 лежит между ними.

Правильный указан под номером 4.

8. Найдите значение выражения  $\frac{1}{3^{-8}} \cdot \frac{1}{3^7}$ .

**Решение.**

Используя формулы  $(a^b)^c = a^{bc}$ ,  $\frac{1}{a^{-b}} = a^b$  и  $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$  получаем:

$$\frac{1}{3^{-8}} \cdot \frac{1}{3^7} = \frac{1}{3^{-8} \cdot 3^7} = \frac{1}{3^{-1}} = 3.$$

Ответ: 3.

9. Найдите корень уравнения  $(x-11)(-x+9) = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

**Решение.**

Решим уравнение:

$$(x-11)(-x+9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11, \\ x = 9. \end{cases}$$

Ответ: 9.

10. В денежно-вещевой лотерее на 100 000 билетов разыгрывается 1300 вещевых и 850 денежных выигрышей. Какова вероятность получить вещевой выигрыш?

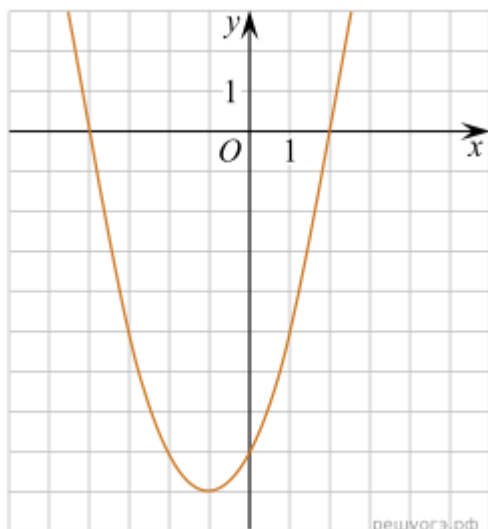
**Решение.**

Вероятность получить вещевой выигрыш равна отношению количества вещевых выигрышей к общему количеству

$$\frac{1300}{100000} = 0,013.$$

11. На рисунке изображён график квадратичной функции  $y=f(x)$ .

Какие из следующих утверждений о данной функции являются верными? Запишите их номера.



- 1) Функция убывает на промежутке  $[-1; +\infty)$
- 2)  $f(x) > 0$  при  $x < -4$  и при  $x > 2$
- 3) Наименьшее значение функции равно  $-9$

**Решение.**

Проверим каждое утверждение.

- 1) Из графика видно, что функция возрастает на промежутке  $[-1; +\infty)$ . Значит, первое утверждение неверно.
- 2) Из графика видно, что  $f(x) > 0$  при  $x < -4$  и при  $x > 2$ . Второе утверждение верно.
- 3) Из графика видно, что наименьшее значение функции равно  $-9$ . Третье утверждение верно.

Ответ: 23.

**12.** В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6000 + 4100 \cdot n$ , где  $n$  — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 10 колец. Ответ дайте в рублях.

**Решение.**

Вычислим:

$$C = 6000 + 4100 \cdot 10 = 6000 + 41000 = 47000.$$

Ответ: 47000.

**13.** Решите неравенство  $x^2 - 64 > 0$

- 1)  $(-\infty; +\infty)$
- 2)  $(-8; 8)$
- 3)  $(-\infty - 8) \cup (8; +\infty)$
- 4) нет решений

**Решение.**

Решим неравенство:  $x^2 - 64 > 0$ . Корнями уравнения  $x^2 - 64 = 0$  являются числа  $-8$  и  $8$ . Поэтому

$$x^2 - 64 > 0 \Leftrightarrow (x - 8)(x + 8) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -8) \cup (8; +\infty).$$

Ответ: 3

**14.** В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду амфитеатра?

**Решение.**

Число мест в ряду представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом  $a_1 = 25$  и разностью  $d = 3$ . Член арифметической прогрессии с номером  $k$  может быть найден по формуле

$$a_k = a_1 + (k - 1) \cdot d.$$

Необходимо найти  $a_8$ , имеем:

$$a_8 = a_1 + (8 - 1) \cdot d = 25 + 7 \cdot 3 = 46.$$

Ответ: 46.

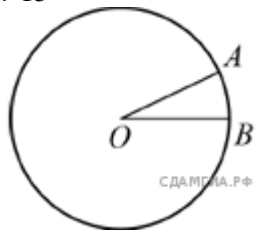


**15.** В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 20 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

**Решение.**

По теореме Пифагора в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов  $(a^2 + b^2)$  равна квадрату гипотенузы  $c^2$ . Таким образом,  
 $b^2 = c^2 - a^2 = 25^2 - 20^2 = 625 - 400 = 225 = 15^2 \Leftrightarrow b = 15$

Ответ: 15



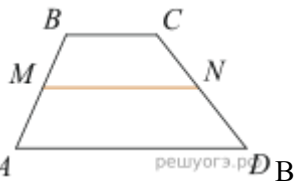
16. На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 20^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 88. Найдите длину большей дуги.

**Решение.**

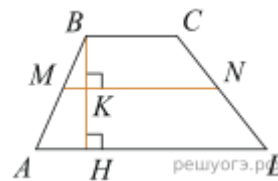
Пусть длина большей дуги  $AB$  равна  $x$ . Длина дуги прямо пропорциональна её градусной мере, поэтому имеет место отношение:

$$\frac{20^\circ}{360^\circ - 20^\circ} = \frac{88}{x} \Leftrightarrow x = \frac{88 \cdot 340}{20} = 1496.$$

Ответ: 1496.



17. В трапеции  $ABCD$  известно, что  $AD=4$ ,  $BC=2$ , а её площадь равна 60. Найдите площадь трапеции  $BCNM$ , где  $MN$  – средняя линия трапеции  $ABCD$ .

**Решение.**

Проведём высоту  $BH$ . Средняя линия равна  
 $MN = \frac{AD + BC}{2} = 3$ .  
 Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BH \Leftrightarrow BH = \frac{2S_{ABCD}}{AD + BC} \Leftrightarrow BH = 20.$$

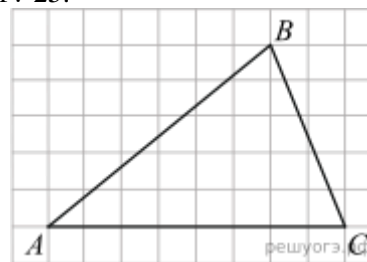
Поскольку  $MN$  – средняя линия,  $MN \parallel AD$ , поэтому  $BK \perp KN$ . Отрезки  $AM$  и  $MB$  равны,  $AD \parallel MN \parallel BC$ ,

$$BK = KN = \frac{BH}{2} = 10.$$

по теореме Фалеса получаем, что  $BK = KN = \frac{BH}{2} = 10$ . Найдём площадь трапеции  $BCNM$ :

$$S_{BCNM} = \frac{BC + MN}{2} \cdot BK = \frac{2 + 3}{2} \cdot 10 = 25.$$

Ответ: 25.

**18.**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .

**Решение.**

Из рисунка видно, что длина стороны  $AC$  равна 8. Длина средней линии равна половине длины стороны  $AC$ , следовательно, 4.



Ответ: 4

19. Какие из следующих утверждений верны?

1) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.

2) Диагонали ромба перпендикулярны.

3) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

**Решение.**

1) «Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету» — *неверно*.

2) «Диагонали ромба перпендикулярны» — *верно*.

3) «Существуют три прямые, которые проходят через одну точку» — *верно*.

Ответ: 23.

$$\begin{cases} 3x^2 - 4x = y, \\ 3x - 4 = y. \end{cases}$$

20. Решите систему уравнений

**Решение.**

Правые части уравнений равны, значит,

$$3x^2 - 4x = 3x - 4 \Leftrightarrow (3x - 4)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

При  $x = 1$  имеем  $y = -1$ .

При  $x = \frac{4}{3}$  имеем  $y = 0$ .

Ответ:  $(1; -1); \left(\frac{4}{3}; 0\right)$ .

21. Первый рабочий за час делает на 9 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 112 деталей, на 4 часа быстрее, чем

второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

**Решение.**

Пусть  $x$  — число деталей, изготавливаемых первым рабочим за час,  $x > 9$ , тогда  $x - 9$  — число деталей, изготавливаемых вторым рабочим за час.

Составим таблицу по данным задачи:

|                | Производительность (дет/ч) | Время (ч)           | Объем работ (дет) |
|----------------|----------------------------|---------------------|-------------------|
| Первый рабочий | $x$                        | $\frac{112}{x}$     | 112               |
| Второй рабочий | $x - 9$                    | $\frac{112}{x - 9}$ | 112               |

Заказ, состоящий из 112 деталей, первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{112}{x - 9} - \frac{112}{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{112x - 112x + 1008}{x(x - 9)} = 4 \Leftrightarrow 4(x^2 - 9x) = 1008 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 9x - 252 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12, \\ x = 21. \end{cases}$$

Корень  $-12$  не подходит по условию задачи, следовательно, первый рабочий изготавливает 21 деталь в час. Значит, второй рабочий изготавливает 12 деталей в час.

Ответ: 12.

22. Известно, что графики функций  $y = x^2 + p$  и  $y = -4x - 5$  имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

**Решение.**

Найдём абсциссы точек пересечения:

$$x^2 + p = -4x - 5 \Leftrightarrow x^2 + 4x + p + 5 = 0.$$

Графики функций, будут иметь ровно одну точку пересечения, если это уравнение имеет ровно одно решение. То есть, если дискриминант этого квадратного уравнения будет равен нулю.

$$16 - 4(p + 5) = 0 \Leftrightarrow p = -1.$$

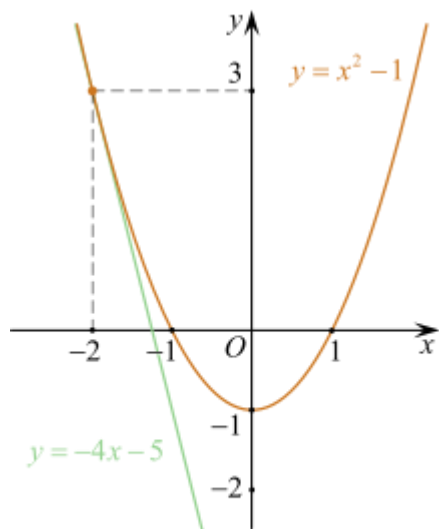
Подставив параметр  $P$  в уравнение, найдём  $x$  координату точки пересечения этих функций:

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

Координата  $y$  находится отсюда же путём подстановки координаты  $x$  в любое из уравнений, например, во второе:

$$y = -4 \cdot (-2) - 5 = 3.$$

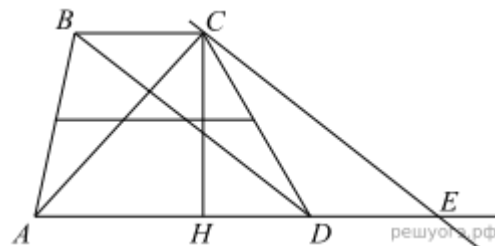
Теперь, зная  $P$ , можем построить графики обеих функций (см. рисунок).



решуогэ.рф

Ответ:  $(-2; 3)$ .

**23.** Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 15 и 7, а средняя линия равна 10.

**Решение.**

Пусть  $AC = 7$ ,  $BD = 15$ ,  $m = 10$  — длина средней линии. Проведём высоту  $CH$  и проведём прямую  $CE$ , параллельную  $BD$ . Рассмотрим четырёхугольник  $BCED$ :  $BC \parallel DE$ ,  $BD \parallel CE$ , следовательно,  $BCED$  — параллелограмм, откуда  $DE = BC$ ,  $BD = CE = 15$ . Рассмотрим треугольник  $ACE$ ,  $AE = AD + DE = AD + BC = 2m = 20$ . Пусть  $p$  — полупериметр треугольника  $ACE$ . Найдём площадь треугольника  $ACE$  по формуле Герона:

$$\begin{aligned} S_{ACE} &= \sqrt{p(p-AC)(p-CE)(p-AE)} = \\ &= \sqrt{21(21-7)(21-15)(21-20)} = \sqrt{21 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 1} = \\ &= \sqrt{3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42. \end{aligned}$$

Выразим площадь треугольника  $ACE$  как произведение основания  $AE$  на высоту  $CH$ , откуда найдём  $CH$ :

$$S_{ACE} = \frac{1}{2} AE \cdot CH \Leftrightarrow CH = \frac{2S_{ACE}}{AE} \Leftrightarrow CH = 4,2.$$

Площадь трапеции равна произведению высоты на полусумму длин оснований:

$$\frac{AD+BC}{2} \cdot CH = m \cdot CH = 10 \cdot 4,2 = 42.$$

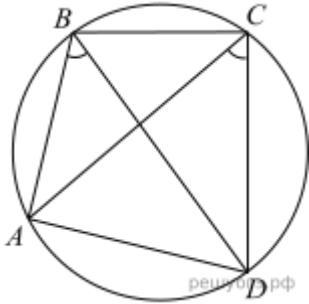
Ответ: 42.

**Примечание.**

Можно не искать высоту трапеции, а заметить, что площади треугольников  $ABC$  и  $CDE$  равны, так как соответственно равны их основания  $BC$  и  $DE$  и высоты проведённые к этим основаниям. Тогда  $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = S_{CDE} + S_{ACD} = S_{ACE} = 42$ .

**24.** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  равны. Докажите, что углы  $DAC$  и  $DBC$  также равны.

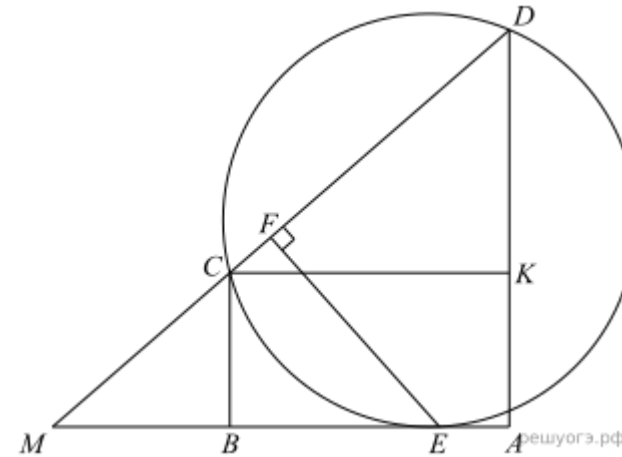
**Решение.**



Поскольку  $ABCD$  выпуклый и  $\angle ABD = \angle ACD$ , получаем, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность. А тогда  $\angle DAC = \angle DBC$  как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу  $CD$ .

**25.** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 6$ ,  $BC = 5$ .

**Решение.**



Проведём построения, как показано на рисунке. Расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$  — отрезок  $EF$ . Продолжим стороны  $AB$  и  $CD$  до пересечения в точке  $M$ , проведём отрезок  $CK$ , параллельный  $AB$ . Рассмотрим четырёхугольник  $ABCK$  — прямая  $BC$  параллельна  $AK$ , прямая  $AB$  параллельна прямой  $CK$ , угол  $BAK$  — прямой, следовательно,  $ABCK$  — прямоугольник. Откуда  $AB = CK$ . Значит,  $KD = AD - BC = 6 - 5 = 1$ . Из прямоугольного

треугольника  $CDK$ :  $\cos \angle CDK = \frac{KD}{CD} = \frac{1}{CD}$ . Рассмотрим треугольники  $MCB$  и  $CKD$ , они прямоугольные, углы  $DMA$  и  $DCK$  равны как соответственные углы при параллельных прямых, следовательно, эти треугольники подобны:

$$\frac{BC}{KD} = \frac{MC}{CD} \Leftrightarrow MC = CD \frac{BC}{KD} = CD \frac{5}{1} \Leftrightarrow MC = 5CD.$$

По теореме о касательной и секущей:

$$ME^2 = MD \cdot MC = (MC + CD) \cdot MC = (5CD + CD) \cdot 5CD = 30CD^2.$$

Откуда  $ME = \sqrt{30CD^2} = CD\sqrt{30}$ . Рассмотрим

треугольники  $MEF$  и  $MAD$ , они прямоугольные, угол  $BMC$  —

общий, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, углы  $MEF$  и  $ADM$  равны, а значит,  $\cos \angle MEF = \cos \angle ADM$ . Найдём  $EF$  из прямоугольного треугольника  $MEF$  :

$$EF = ME \cos \angle MEF = ME \cos \angle ADM = \frac{ME}{CD} = \frac{CD\sqrt{30}}{CD} = \sqrt{30}$$

Ответ:  $\sqrt{30}$ .