



Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

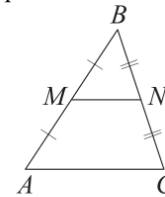
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

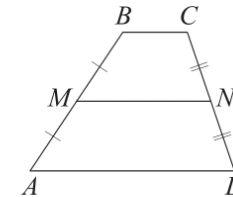
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

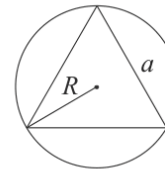


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

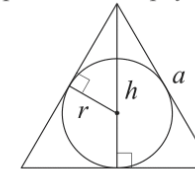


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

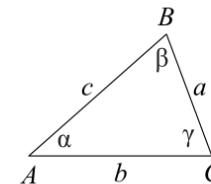
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



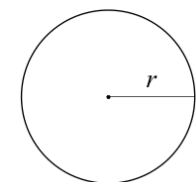
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



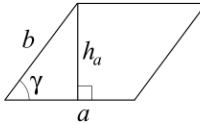
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

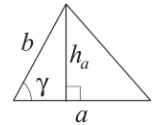
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

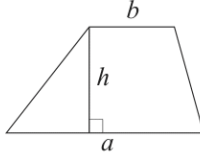
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

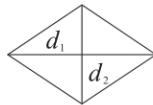
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

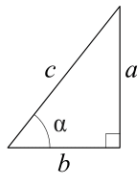
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина 3,4 м, ширина 2 м, высота 2,2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
Орион	дровяная	8-14	58	16000
Кентавр	дровяная	6-16	80	23000
Ока	электрическая	10-17	25	20000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведение специального кабеля, что обойдётся в 6000 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 2800 киловатт-часов электроэнергии по 3 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 3,5 куб. м дров, которые обойдутся по 1600 руб. за 1 куб. м.

- 1 Найдите объём парного отделения строящейся бани (в куб. м).
 Ответ: _____.

- 2 На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?
 Ответ: _____.



3 На сколько рублей эксплуатация дровяной печи, которая подходит по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Ответ: _____.

4 Доставка печи из магазина до участка стоит 900 рублей. При покупке печи ценой выше 20000 рублей магазин предлагает скидку 3% на товар и 25% на доставку. Сколько будет стоить покупка печи «Кентавр» вместе с доставкой на этих условиях?

Ответ: _____.

5 Хозяин выбрал дровяную печь. Чертёж печи показан на рис. 2. Размеры указаны в см.

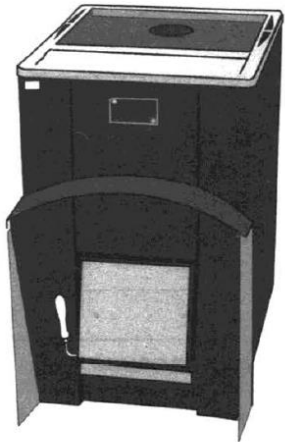


Рис. 1

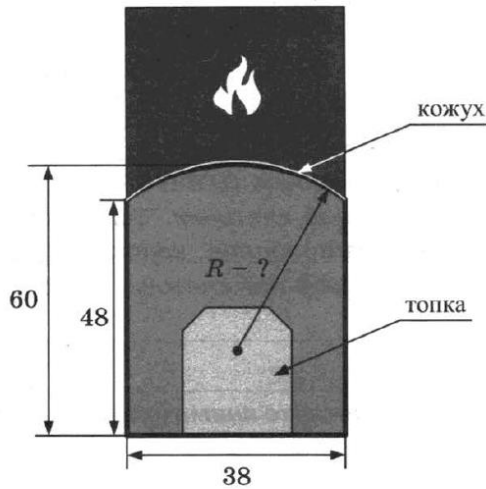


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис.). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах; ответ округлите до десятых.

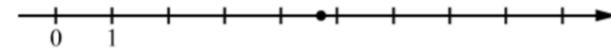
Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{15}$$

Ответ: _____.

7 Одно из чисел $\frac{33}{7}, \frac{37}{7}, \frac{41}{7}, \frac{43}{7}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{33}{7}$
- 2) $\frac{37}{7}$
- 3) $\frac{41}{7}$
- 4) $\frac{43}{7}$

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$(4b)^2 : b^5 \cdot b^3$$

при $b = 128$.

Ответ: _____.

9 Найдите корень уравнения

$$4(x - 8) = -5.$$

Ответ: _____.

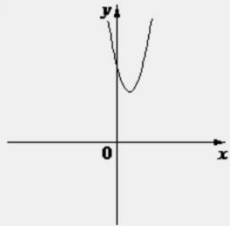
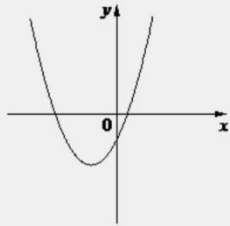
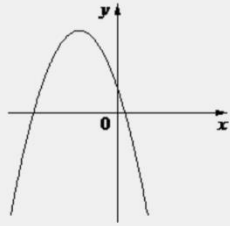
10 В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек: 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Ответ: _____.



- 11** На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ

А)  Б)  В) 

КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $a > 0, c < 0$ 2) $a < 0, c > 0$ 3) $a > 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

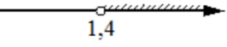
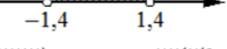
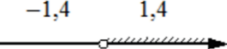
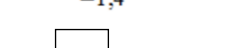
Ответ:

А	Б	В

- 12** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 13** Укажите решение неравенства $25x^2 > 49$.

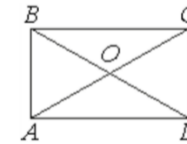
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ:

- 14** При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $7,5^\circ\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $-8,7^\circ\text{C}$.

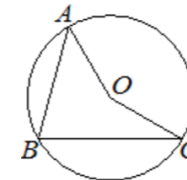
Ответ: _____.

- 15** Диагонали AC и BD прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O , $BO = 7$, $AB = 6$. Найдите AC .



Ответ: _____.

- 16** Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 43^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

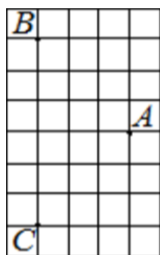
- 17** Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.



- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Основания любой трапеции параллельны.
- 2) Все углы ромба равны.
- 3) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x^3 + 3x^2 = 16x + 48.$$

- 21 Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

- 22 Постройте график функции

$$y = |x|(x + 1) - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 150° , а $CD = 33$.

- 24 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .

- 25 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	14,96
2	3000
3	2800
4	22985
5	21
6	4,5
7	1
8	16
9	6,75
10	0,56
11	312
12	14
13	3
14	-53,7
15	14
16	32
17	18
18	3
19	1
20	-4; -3; 4
21	60
22	-6,25; 12,25
23	$11\sqrt{3}$
24	■
25	$3\sqrt{13}; 6\sqrt{13}; 9\sqrt{5}$



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $x^3 + 3x^2 = 16x + 48$.

750F66

$$x^2 \cdot (x+3) = 16 \cdot (x+3)$$

$$x^2 \cdot (x+3) - 16 \cdot (x+3) = 0$$

$$(x+3) \cdot (x^2 - 16) = 0$$

$$(x+3) \cdot (x-4) \cdot (x+4) = 0$$

$x = -3$ или $x = 4$ или $x = -4$

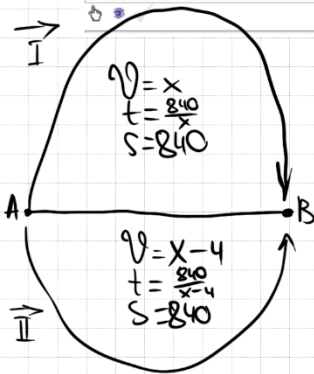
Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $\pm 4 ; -3$

21

Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

1A11FD



$$t_{\text{верх}} - t_{\text{вниз}} = 1$$

$$\frac{840}{x-4} - \frac{840}{x} = 1$$

$$\frac{840x - 840x + 840 \cdot 4}{x^2 - 4x} = 1$$

$$x^2 - 4x = 3360$$

$$x^2 - 4x - 3360 = 0$$

$$x_1 = 60$$

$$x_2 = -56$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 60

22

Постройте график функции

$$y = |x|(x+1) - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

0D3070

Раскроем модуль 2 способами:

① Если $x \geq 0$

$$y = x \cdot (x+1) - 6x$$

$$y = x^2 - 5x$$

$$x_0 = \frac{5}{2} = 2,5$$

② Если $x < 0$

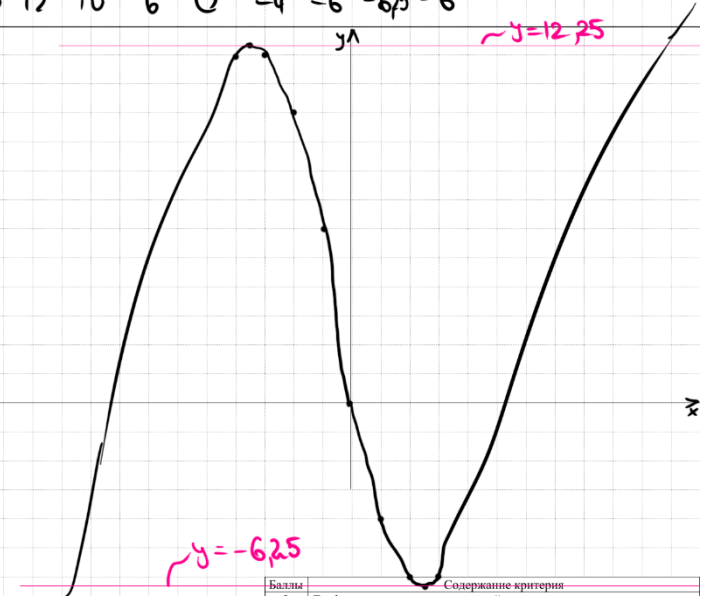
$$y = -x \cdot (x+1) - 6x$$

$$y = -x^2 - 7x$$

$$x_0 = -3,5$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 7x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

x	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5	3
y	12	12,25	12	10	6	0	-4	-6	-6,25	-6

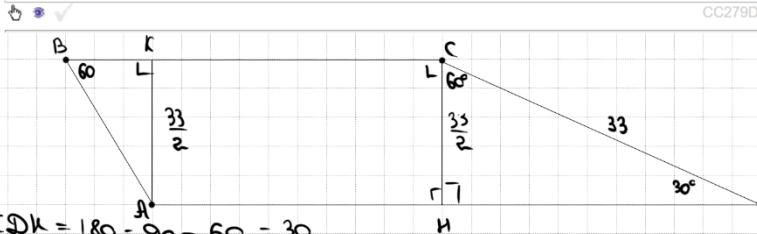


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $-6,25 ; 12,25$



23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 150° , а $CD = 33$.



① $\angle CDK = 180 - 90 - 60 = 30$

② $CK = \frac{1}{2} \cdot CD = \frac{33}{2}$

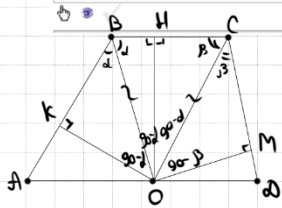
③ $\triangle ABK$: $\sin 60^\circ = \frac{CK}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{33/2}{AB}$
 $AB = \frac{33}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{2} = \frac{33\sqrt{3}}{3} = 11\sqrt{3}$

ОТВЕТ: $11\sqrt{3}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .



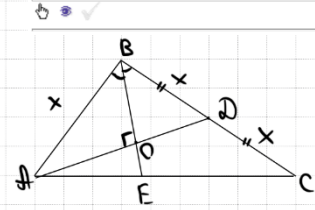
① $\triangle KBO = \triangle BHO$ по стороне и 2-м углам
 $\Rightarrow OK = OH$

② $\triangle OCH = \triangle COM$ по стороне и 2-м углам
 $\Rightarrow OH = OM$

$\Rightarrow OK = OH = OM$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .



① из $\triangle ABO$:
 BO - биссектриса и высота $\Rightarrow \triangle ABO$ - рт

ОТВЕТ:

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназора от 04.04.2023 № 232/551, зарегистрирован Минюстом России 12.05.2023 № 73292)

«72. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями развёрнутых ответов (в том числе устных) на задания КИМ в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый развёрнутый ответ на задания КИМ. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в первичных баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназором.

Третий эксперт назначается по согласованию с председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося.

Существенными считаются следующие расхождения.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

