



## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

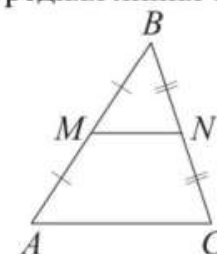
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

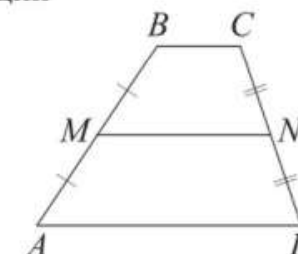
## ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

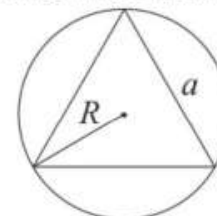


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

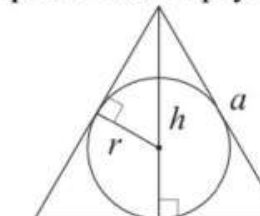


$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

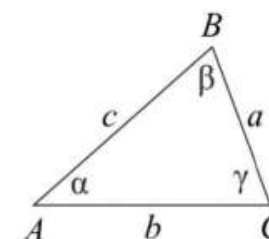
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



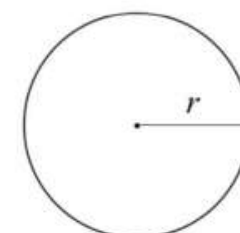
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



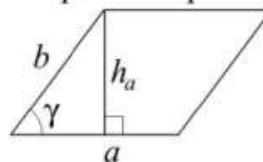
Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$



**Площади фигур**

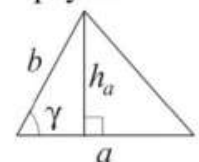
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

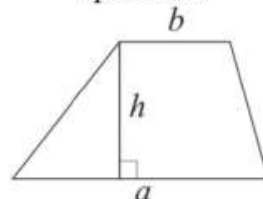
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

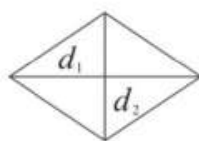
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

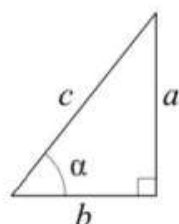
Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

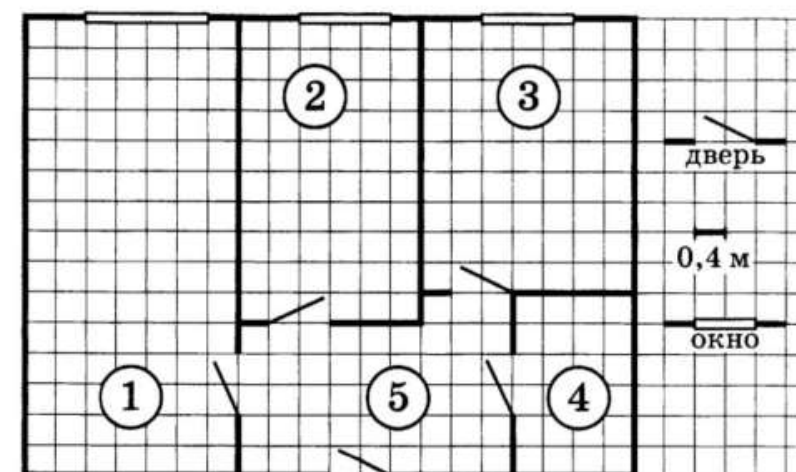
Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Справа от входа в квартиру располагаются кухня и санузел, причём площадь кухни больше площади санузла. Остальные два помещения – это спальня и гостиная. Гостиная имеет наибольшую площадь из всех помещений этой квартиры. Балкон и лоджия отсутствуют.

- 1 Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность пяти цифр.

Помещения	спальня	санузел	кухня	гостиная	прихожая
Цифры					

- 2 Из трёх окон квартиры одно шире двух других. Найдите ширину этого окна. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Плитка для пола размером 20 см × 20 см продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол санузла?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите площадь, которую занимает спальня. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На сколько процентов площадь гостиной больше площади спальни?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1,5}{1 + \frac{1}{5}}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{18}{17}$  и  $\frac{17}{15}$ ?

- 1) 1
- 2) 1,1
- 3) 1,2
- 4) 1,3

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$$

при  $a = \frac{2}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения

$$(x - 5)^2 = (x + 10)^2.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

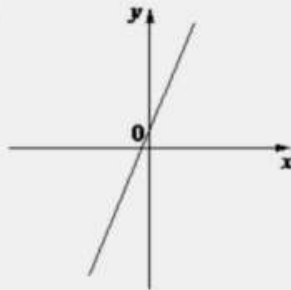
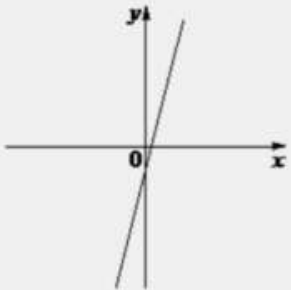
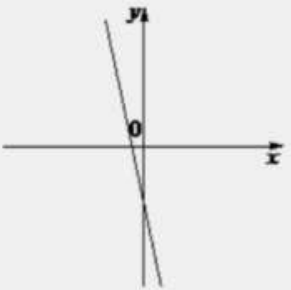
- 10 На экзамене 60 билетов, Олег **не выучил** 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11 На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

**ГРАФИКИ**

А)  Б)  В) 

**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

1)  $k > 0, b < 0$       2)  $k < 0, b < 0$       3)  $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12 В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6000 + 4100n$ , где  $n$  – число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13 Укажите решение неравенства

$$3x - 2(x - 5) \leq -6.$$

- 1)  $[4; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; 4]$
- 3)  $(-\infty; -16]$
- 4)  $[-16; +\infty)$

Ответ:

- 14 В течение 20 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 9-й день акция стоила 555 рублей, а в 13-й день – 631 рубль?

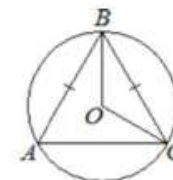
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 15 Один из углов равнобедренной трапеции равен  $66^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 57^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

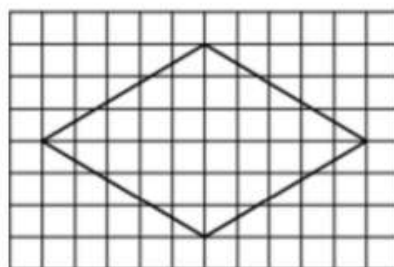


- 17 Основания трапеции равны 4 и 10, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все равнобедренные треугольники подобны.
- 2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 3) Сумма углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$ .

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

**При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

- 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

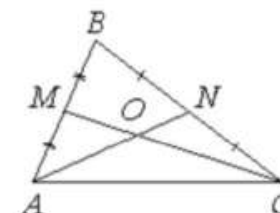
- 21 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

- 22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 23 Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN = 6$ ,  $CM = 9$ . Найдите  $ON$ .



- 24 Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Точка  $K$  – середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $AK$  – биссектриса угла  $BAD$ .

- 25 Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 10$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $112^\circ$  и  $113^\circ$ .

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**



## Система оценивания экзаменационной работы по математике

## Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	24315
2	160
3	10
4	9,6
5	75
6	1,25
7	2
8	3,5
9	-2,5
10	0,8
11	312
12	26500
13	3
14	764
15	114
16	123
17	35
18	10
19	2
20	$(-1; 1); (1; 1)$
21	14
22	4
23	2
24	■
25	$10\sqrt{2}$



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**20** Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases} \Rightarrow y = 4 - 3x^2$

$$5x^2 + 0 = 5$$

$$5 \cdot x^2 = 5$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \quad \text{или} \quad x = -1$$

$$y = 4 - 3 \cdot 1^2 = 1 \quad \text{или} \quad y = 4 - 3 \cdot (-1)^2 = 1$$

$(1; 1) \quad (-1; 1)$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ:  $(-1; 1); (1; 1)$

**21** Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

Призв.	Время	Кол-во литров
I	$\frac{140}{x}$	140
II	$\frac{140}{x+6}$	140

$$t_{\text{медл}} - t_{\text{быстр}} = 3$$

$$\frac{140}{x} - \frac{140}{x+6} = 3$$

$$140(x+6) - 140x = 3x(x+6) \quad | :3$$

$$x^2 + 6x = +280$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$x_1 = -20 \quad x_2 = (14)$$

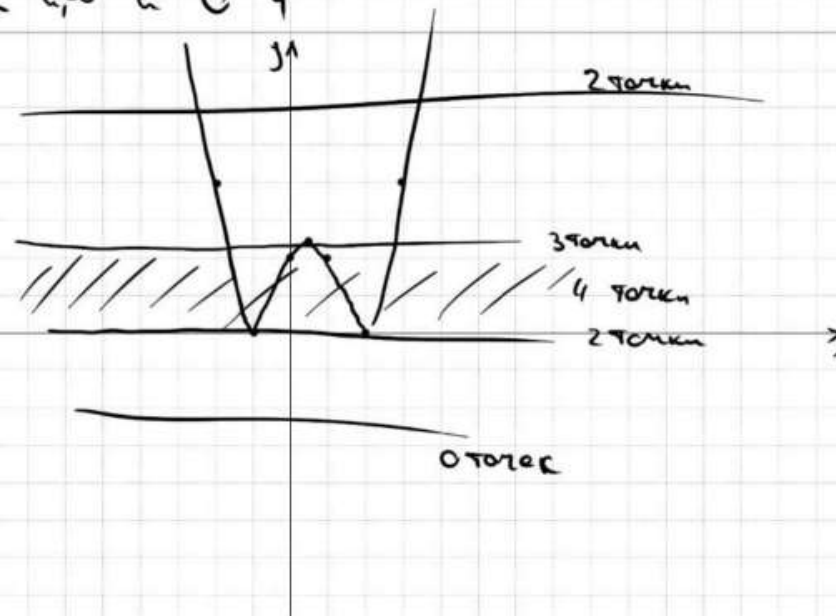
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 14

**22** Постройте график функции  $y = |x^2 - x - 2|$ .  
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

$$x_0 = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{1}{2}$$

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	4	0	2	2,25	2	0	4



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

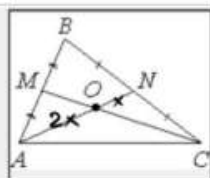
ОТВЕТ: 4 точки при  $y(0; 2,25)$





23

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN = 6$ ,  $CM = 9$ . Найдите  $ON$ .



35398E

$AN$  - медиана

$$\Rightarrow \frac{AO}{ON} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow ON = \frac{1}{3} \cdot AN = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

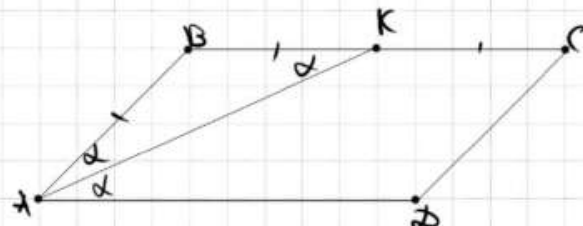
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 2

24

Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Точка  $K$  — середина стороны  $BC$ . Докажите, что  $AK$  — биссектриса угла  $BAD$ .

079233



①  $BK = CK = AB$

②  $\triangle ABK$  - равност.  
 $\Rightarrow \angle BAK = \angle BKA = \alpha$

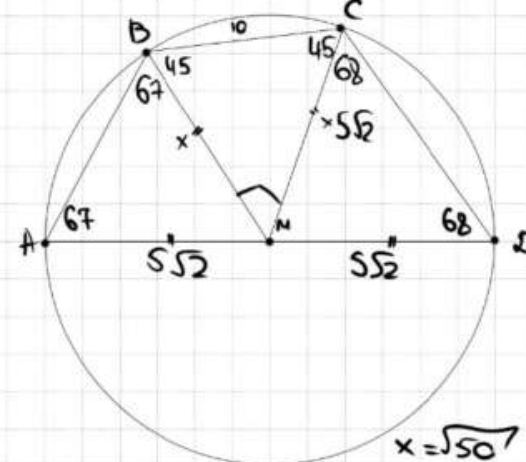
③  $\angle BKA = \angle DAK = \alpha$   
 (покрест. лем.)  
 $\Rightarrow AK$  - биссектриса

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 10$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $112^\circ$  и  $113^\circ$ .

1879A1



- ①  $\angle D = 180 - 112 = 68$   
 $\angle A = 180 - 113 = 67$
- ②  $\triangle ABM \sim \triangle CDM$  - равност.  
 $\Rightarrow \angle ABM = 67$   
 $\angle DCM = 68$
- ③  $\angle CBM = 112 - 67 = 45$   
 $\angle BCM = 113 - 68 = 45$
- ④  $\triangle BMC$ :  $\angle BMC = 180 - 45 - 45 = 90$   
 $\Rightarrow \triangle BMC$  - равноб. и равност.  
 $10^2 = x^2 + x^2$   
 $100 = 2x^2$   
 $x^2 = 50$

$x = \sqrt{50}$   
 $x = 5\sqrt{2}$

⑤  $AD = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

ОТВЕТ:  $10\sqrt{2}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

