Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{4-x}=\sqrt{4-x}+15$.

Решение.
При $x\le 4$ исходное уравнение приводится к виду:

$$x^2-2x-15=0,$$

откуда $x=-3$ или $x=5$. Условию $x\le 4$ удовлетворяет только решение $x=-3$.
Ответ: -3.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 36 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 4 км/ч навстречу поезду, за 81 секунду. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.
Скорость сближения пешехода и поезда равна $36+4=40$ км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{40\cdot 81}{3,6}=900.$$

Ответ: 900 м.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

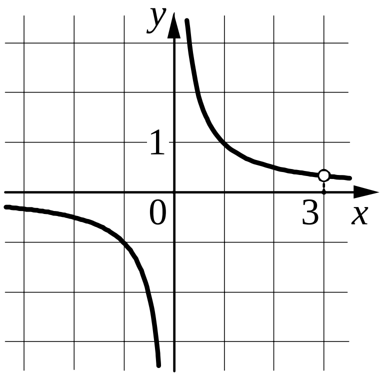
22 Постройте график функции

$$y = \frac{x-3}{x^2-3x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{x-3}{x^2-3x} = \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq 3$.

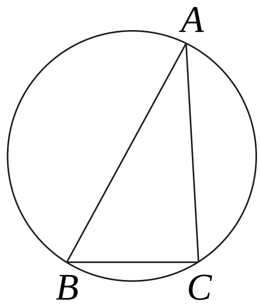


Прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку $\left(3; \frac{1}{3}\right)$. Получаем, что $k = \frac{1}{9}$.

Ответ: $k = \frac{1}{9}$.

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, верно найдено искомое значение параметра	2
График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

23 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 67° и 83°. Найдите BC, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 16.



Решение.

Пусть R — радиус описанной окружности, тогда $R = \dfrac{BC}{2\sin A}$.

Получаем, что

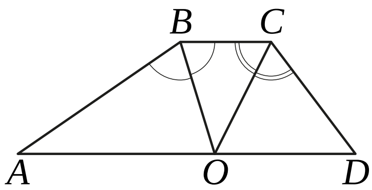
$BC = 16 \cdot 2 \cdot \sin(180° - 67° - 83°) = 16 \cdot 2 \cdot \sin 30° = 16$.

Ответ: 16.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

24 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O, лежащей на стороне AD. Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

Доказательство.



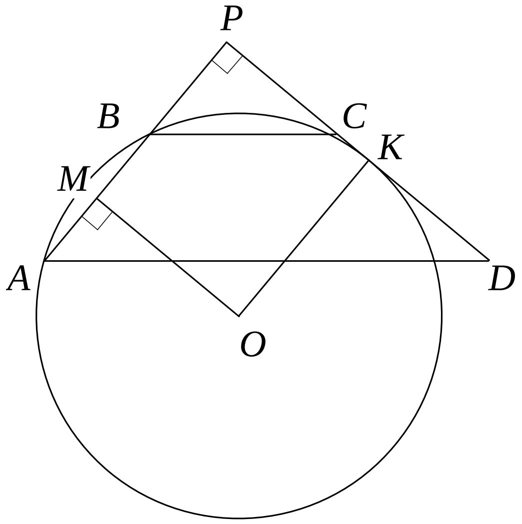
Точка O лежит на биссектрисе угла ABC, поэтому эта точка равноудалена от прямых AB и BC. Аналогично, точка O равноудалена от прямых BC и CD.

Значит, точка O равноудалена от прямых AB, BC и CD.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

25 В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 28 и 4, а сумма углов при основании AD равна $90°$. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если $AB = 15$.

Решение.
Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке P.



Из условия следует, что $\angle APD = 90°$. Из подобия треугольников APD и BPC получаем, что $\frac{BP}{AP} = \frac{BC}{AD}$, то есть $\frac{BP}{BP+15} = \frac{4}{28}$, откуда $BP = 2,5$.
Пусть окружность касается прямой CD в точке K, а O — её центр. Опустим из точки O перпендикуляр OM на хорду AB. Точка M — середина AB. Так как $OMPK$ — прямоугольник, находим искомый радиус:

$$OK = MP = BP + \frac{1}{2}AB = 2,5 + 7,5 = 10.$$

Ответ: 10.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2