

## Аксиомы

- Через любую точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной, и притом только одну.
- Через любую точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную данной, и притом только одну.
- Если две прямые параллельны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
- Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.
- Любые три прямые имеют не более одной общей точки.
- Через любую точку проходит более одной прямой.
- Через любую точку проходит не менее одной прямой.
- Через любые две точки можно провести прямую.
- Через любые три точки проходит не более одной прямой.
- Через любые три точки проходит не более одной прямой.

## Углы

- Вертикальные углы равны.
- Если угол равен  $45^\circ$ , то вертикальный с ним угол равен  $45^\circ$ .
- Если угол равен  $108^\circ$ , то вертикальный с ним равен  $108^\circ$ .
- Сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .
- Если угол равен  $60^\circ$ , то смежный с ним равен  $120^\circ$ .
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны, то эти прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны, то эти прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой внешние накрест лежащие углы равны, то эти прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой сумма внутренних односторонних углов равна  $180^\circ$ , то эти прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой сумма внешних односторонних углов равна  $180^\circ$ , то эти прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны  $65^\circ$ , то эти две прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны  $70^\circ$  и  $110^\circ$ , то эти две прямые параллельны.
- Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны  $37^\circ$ , то эти две прямые параллельны.

## Треугольники

- Сумма углов любого треугольника равна  $180^\circ$ .
- Сторона треугольника меньше суммы двух других сторон данного треугольника. (неравенство треугольника)
- Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
- Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны. (1 признак равенства треугольников)

- Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны. (2 признак равенства треугольников)
- Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны. (3 признак равенства треугольников)
- Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны. (1 признак подобия треугольников)
- Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны. (2 признак подобия треугольников)
- Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны. (3 признак подобия треугольников)
- Напротив равных углов лежат равные стороны.
- Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны.
- Площадь треугольника равна полупроизведению стороны на высоту, проведенную к этой стороне.
- Площадь треугольника равна полупроизведению двух сторон треугольника на синус угла между ними.
- Биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная из вершины, противолежащей основанию, является медианой (то есть делит основание на две равные части) и высотой (перпендикулярна основанию).
- Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.
- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
- В прямоугольном треугольнике квадрат катета равен разности квадратов гипотенузы и другого катета.
- В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла  $30^\circ$  равен половине гипотенузы.
- В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе, равна половине этой гипотенузы.
- Площадь прямоугольного треугольника меньше произведения его катетов.
- Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.
- Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними. (теорема косинусов).
- Треугольник ABC, у которого  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $AC = 7$ , является остроугольным.
- Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов. (теорема синусов)
- Если катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12, то его гипотенуза равна 13.
- Один из углов треугольника всегда не превышает  $60^\circ$ .
- Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.
- Биссектрисы треугольника пересекаются в центре его вписанной окружности.

## Четырехугольники

- Сумма углов четырехугольника равна  $360^\circ$ .
- Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна  $200^\circ$ , то его четвертый угол равен  $160^\circ$ .

- Параллелограмм – четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.
- В параллелограмме противоположные углы равны.
- В параллелограмме противоположные стороны равны.
- В параллелограмме сумма смежных углов равна  $180^\circ$ .
- Если диагонали параллелограмма являются биссектрисами углов, из которых они выходят, этот параллелограмм является ромбом.
- Если в параллелограмме диагонали равны, этот параллелограмм является прямоугольником.
- Если в прямоугольнике диагонали перпендикулярны, этот прямоугольник является квадратом.
- Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- Если в ромбе один из углов равен  $90^\circ$ , то такой ромб — квадрат.
- Диагонали ромба перпендикулярны.
- Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.
- Диагонали квадрата делят его углы пополам.
- Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, проведенную к этой стороне.
- Площадь параллелограмма равна произведению смежных сторон на синус угла между ними.
- Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.
- Площадь ромба равна половине произведения диагоналей.
- Площадь квадрата равна произведению двух его смежных сторон.
- Если в ромбе один из углов равен  $90^\circ$ , то такой ромб — квадрат.
- Если две смежные стороны параллелограмма равны 4 и 5, а угол между ними равен  $30^\circ$ , то площадь этого параллелограмма равна 10.
- Если диагонали ромба равны 3 и 4, то его площадь равна 6.
- Трапеция – четырехугольник две стороны которого параллельны, а две другие нет.
- У равнобедренной трапеции диагонали равны.
- У равнобедренной трапеции углы при основании равны.
- Средняя линия трапеции параллельна основаниям.
- Средняя линия трапеции равна полусумме оснований.
- Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
- Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.
- Площадь трапеции меньше произведения суммы оснований на высоту.

## Окружности

- В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.
- Все диаметры окружности равны между собой.
- Все радиусы окружности равны между собой.
- Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
- Около всякого треугольника можно описать не более одной окружности.
- В любой треугольник можно вписать не менее одной окружности.
- Центр вписанной в треугольник окружности лежит в точке пересечения биссектрис.

- Центр описанной вокруг треугольника окружности лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров.
- Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы.
- Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.
- Если расстояние от точки до прямой больше  $R$ , то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше  $R$ .
- Центр описанной окружности может находиться внутри треугольника (если он остроугольный), на стороне (если он прямоугольный) и вне треугольника (если он тупоугольный).
- В равностороннем треугольнике центры вписанной и описанной окружностей совпадают.
- Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности.
- Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
- Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.
- Если расстояние между центрами окружностей равно сумме радиусов, то окружности касаются в одной точке.
- Если расстояние между центрами окружностей больше суммы радиусов, то окружности не имеют общих точек.
- Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
- Если радиус окружности равен  $R$ , а расстояние от центра окружности до прямой равно  $d$ , то эти прямая и окружность пересекаются.
- Если расстояние между центрами двух окружностей больше суммы их диаметров, то эти окружности не имеют общих точек.
- Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается.
- Вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается.
- Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
- Если вписанный угол равен  $30^\circ$ , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна  $60^\circ$ .
- Если дуга окружности составляет  $80^\circ$ , то вписанный угол, опирающийся на эту дугу окружности, равен  $40^\circ$ .
- Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.
- Через любые три точки проходит не более одной окружности.
- Если четырехугольник вписан в окружность, сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ .
- Если в четырехугольник вписана окружность, суммы длин его противоположных сторон равны.

## Симметрия

- Правильный  $n$ -угольник имеет  $n$  осей симметрии.
- Правильный пятиугольник имеет пять осей симметрии.
- Правильный шестиугольник имеет шесть осей симметрии.
- Центром симметрии ромба является точка пересечения его диагоналей.
- Центром симметрии прямоугольника является точка пересечения диагоналей.