

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 17

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 | 0 | - | 0 | , | 8 | Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был написан под правильным номером.

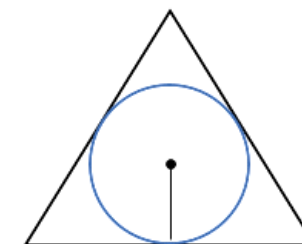
Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 a + \cos^2 a &= 1 \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cdot \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \sin(a + \beta) &= \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta \\ \cos(a + \beta) &= \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 9. Найдите высоту этого треугольника.

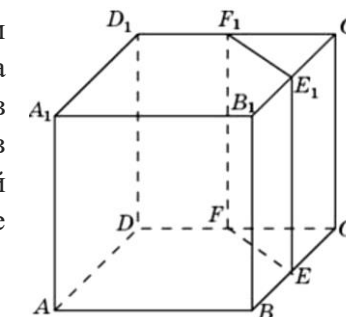


Ответ: _____

- 2 Даны векторы $\vec{a}(9; 12)$ и $\vec{b}(-3; 4)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____

- 3 Объём куба равен 96. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: _____

4 Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов — первые два дня по 16 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____

5 При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,5. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,9?

Ответ: _____

6 Найдите корень уравнения $\frac{x+48}{5x+7} = \frac{x+48}{7x+5}$

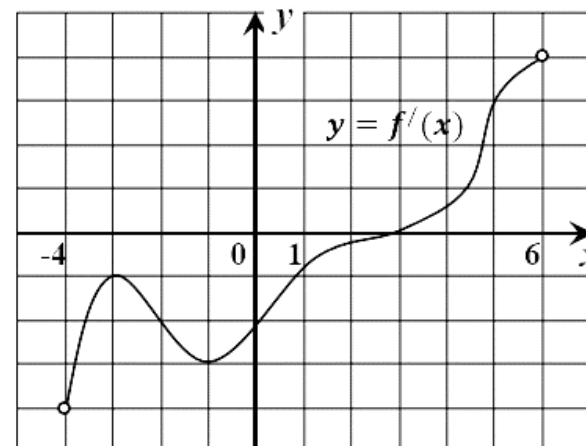
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

Ответ: _____

7 Найдите значение выражения $(1 - \log_2 10)(1 - \log_5 10)$

Ответ: _____

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 6)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

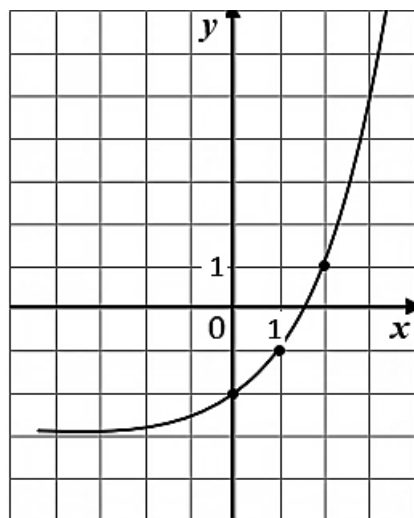
9 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каким может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 656250 Н? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____

- 10 Смешали 12 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 8 литрами 25-процентного водного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____

- 11 На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 29$.



Ответ: _____

- 12 Найдите наибольшее значение функции на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.
- $$y = 2 \operatorname{tg} x - 4x - \pi - 3$$

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $4 \cos^3 x + 3 \cos x - 4\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \sin^2 x$.
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$.
- 14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS – точка F так, что $SF = BE = 3$.
 а) Докажите, что плоскость CEF параллельна SB .
 б) Пусть плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от Q до плоскости ABC .
- 15 Решите неравенство
- $$\log_{0,125}(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_{0,5}(x^2 - 1) - \log_{0,5}(5 - x)$$
- 16 15-го января планируется взять кредит в банке на 13 месяцев. Условия его возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
 Известно, что на седьмой месяц кредитования выплата составит 40 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

- 17 В треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 15$, $BC = 18$. На стороне AB отметили точки M_1 и M_2 так, что $AM_1 < AM_2$. Через точки M_1 и M_2 провели прямые, перпендикулярные стороне AB и отсекающие от треугольника ABC пятиугольник, в который можно вписать окружность.
- а) Докажите, что $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.
б) Найдите площадь данного пятиугольника.

- 18 Найдите значения a , при каждом из которых неравенство

$$|x^2 - 4x + a - 3| \leq 8$$

выполняется для всех $x \in [a - 3 ; a]$.

- 19 Назовем натуральное число интересным, если предпоследняя цифра в его десятичной записи равна 9. Например, числа 90, 193 и 2090 интересные, а 9, 919 и 2020 — нет.
- а) Можно ли представить число 3170 в виде суммы четырех интересных чисел?
б) Можно ли представить число 2121 в виде суммы четырех интересных чисел?
в) Сумма n интересных чисел равна 2121. Найдите наименьшее значение n .



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Ответы	
№1	27
№2	0,28
№3	12
№4	0,3
№5	4
№6	-48
№7	1
№8	5
№9	2,5
№10	16
№11	5
№12	-5
№13	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ б) $\frac{3\pi}{2}; \frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}$
№14	б) $\frac{2\sqrt{15}}{7}$
№15	[2; 5)
№16	520 тыс. рублей
№17	б) $90 \frac{9}{14}$
№18	$\left[\frac{9-\sqrt{41}}{2}; \frac{3+\sqrt{53}}{2} \right]$
№19	а) да; б) нет; в) 8