

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите ее без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Рис. 1

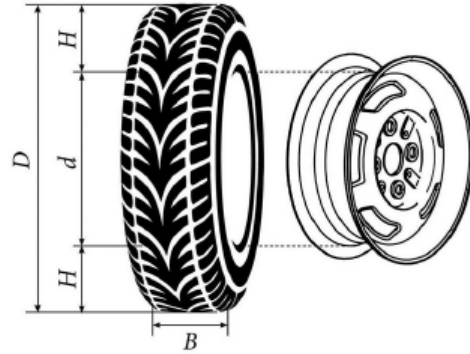


Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведённом примере) – процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$ процентов.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 175/60R15.

№1 Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешенные размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	-
175	175/65	175/60	-
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	-	-	205/45

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____

№2 На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 195/60R14 больше, чем радиус колеса с шиной маркировки 165/70R14?

Ответ: _____

№3 На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/45R16?

Ответ: _____

№4 Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____

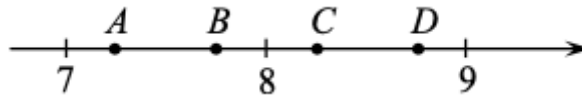
№5 На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/55R15? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____

№6 Найдите значение выражения $\frac{1}{5} - \frac{27}{20}$.

Ответ: _____

№7 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{68}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

Ответ:

№8 Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 + 10ab + 25b^2}$ при $a = 14\frac{6}{13}$ и $b = \frac{4}{13}$.

Ответ: _____

№9 Найдите корень уравнения $8 + 7x = 9x + 4$.

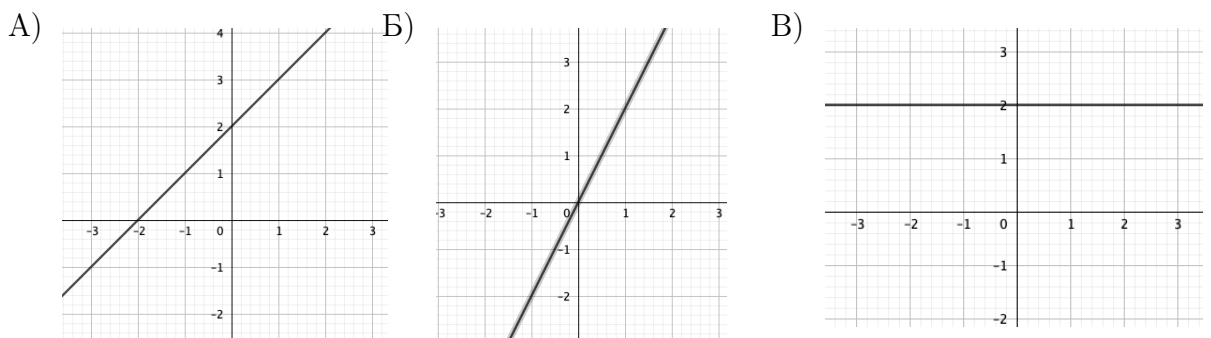
Ответ: _____

№10 В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, семь неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____

№11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = 2x$ 2) $y = x + 2$ 3) $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

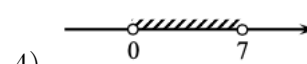
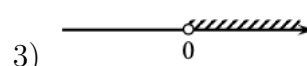
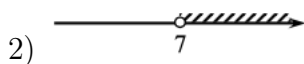
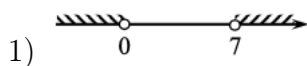
Ответ:

А	Б	В

№12 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 11$, $\sin \alpha = \frac{1}{8}$, $S = 8,25$.

Ответ: _____

№13 Укажите решение неравенства $7x - x^2 < 0$.

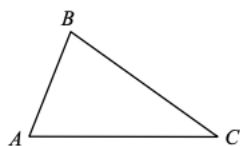


Ответ:

№14 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

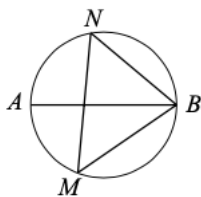
Ответ: _____

№15 В треугольнике ABC известно, что $AB = 12$, $BC = 20$, $\sin \angle ABC = \frac{5}{8}$. Найдите площадь треугольника ABC .



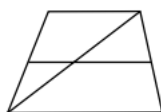
Ответ: _____

№16 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NVA = 43^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



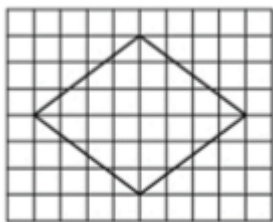
Ответ: _____

№17 Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____

№18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: _____

№19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 2) Диагонали ромба перпендикулярны.
- 3) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

№20 Решите уравнение $x^4 = (2x - 15)^2$

№21 Поезд двигаясь равномерно со скоростью 57 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

№22 Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x} \right| + \frac{x}{4,5} + \frac{4,5}{x} \right)$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

№23 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если диаметр окружности равен 3,6, а $AB = 8$.

№24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

№25 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 39$ и $CD = 6$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Рис. 1

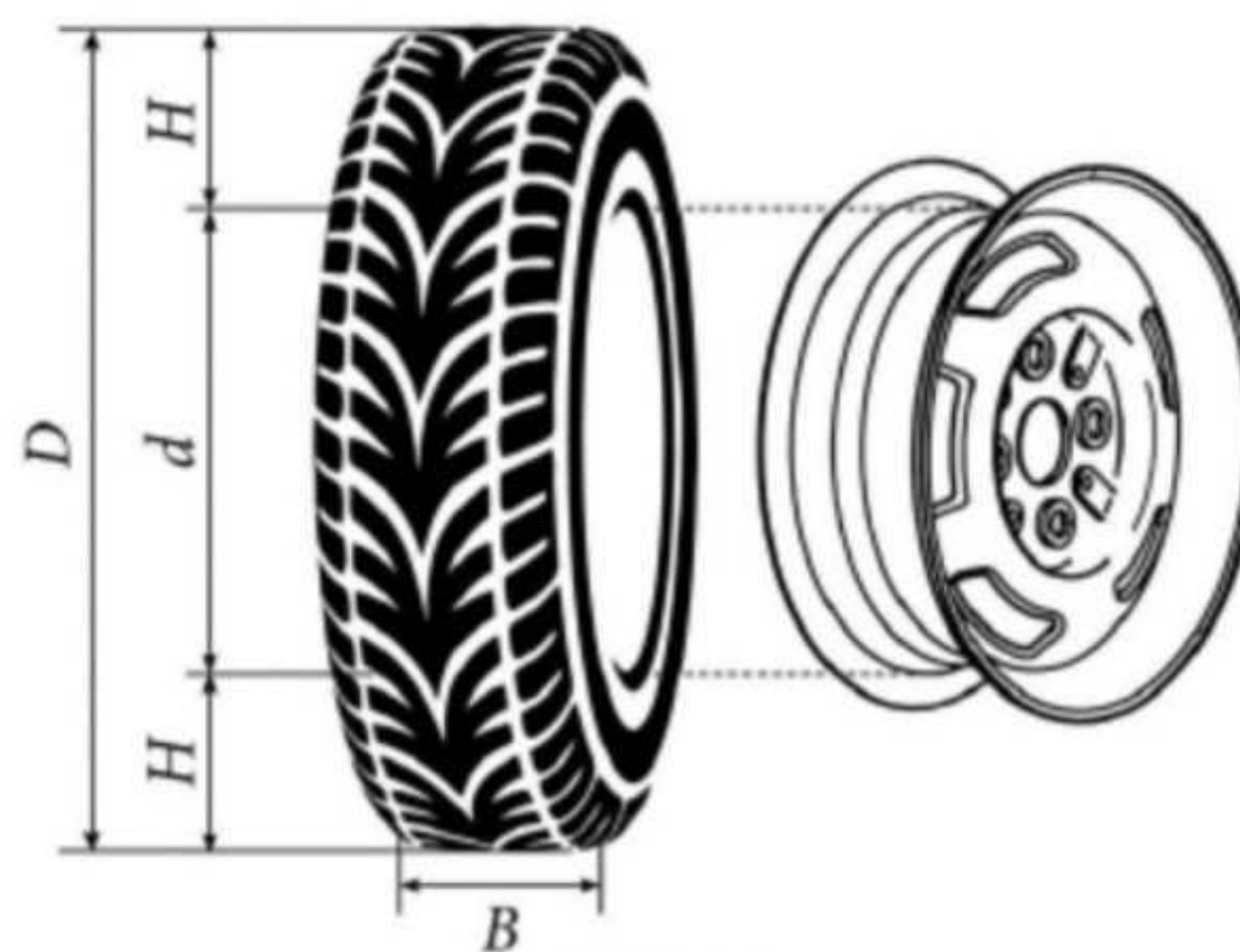


Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2). Второе число (число 65 в приведённом примере) – процентное отношение высоты боковины (параметр

H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$ процентов.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 175/60R15.

$$B = 175 \text{ мм}$$

$$H = B \cdot 0,6 = 105 \text{ мм}$$

$$d = 15 \text{ дюймов} = 15 \cdot 25,4 = 381 \text{ мм}$$

$$D = 2H + d = 2 \cdot 105 + 381 = 210 + 381 = 591 \text{ мм}$$

№1 Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешенные размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
165	165/70	165/60; 165/65	-
175	175/65	175/60	-
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	-	-	205/45

B=185
B=195
B=205

Шины какой наименьшей ^B ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: 185

№2 На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 195/60R14 больше, чем радиус колеса с шиной маркировки 165/70R14?

Ответ: 1,5

$$\frac{195 \cdot 60}{100} - \frac{165 \cdot 70}{100} = \frac{11700 - 11550}{100} = \frac{150}{100} = 1,5$$

№3 На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/45R16?

Ответ: 9,1

$$D_{\text{завода}} = 591 \text{ мм}$$

$$D = 2 \cdot 195 \cdot 0,45 + 16 \cdot 25,4 = 175,5 + 406,4 = 581,9$$

$$591 - 581,9 = 9,1$$

№4 Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: 591

№5 На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/55R15? Результат округлите до десятых.

$$l = \pi D$$

$$\pi = 3,14$$

$$D_{\text{новое}} = 2 \cdot 195 \cdot 0,55 + 15 \cdot 25,4 = 214,5 + 381 = 595,5$$

$$l_{\text{новое}} = 3,14 \cdot 595,5$$

$$l_{\text{нов}} = x\%$$

$$l_{\text{стар}} = 100\%$$

$$l_{\text{старое}} = 3,14 \cdot 591$$

$$100 \cdot 3,14 \cdot 595,5 = x \cdot 3,14 \cdot 591$$

Ответ: 0,7

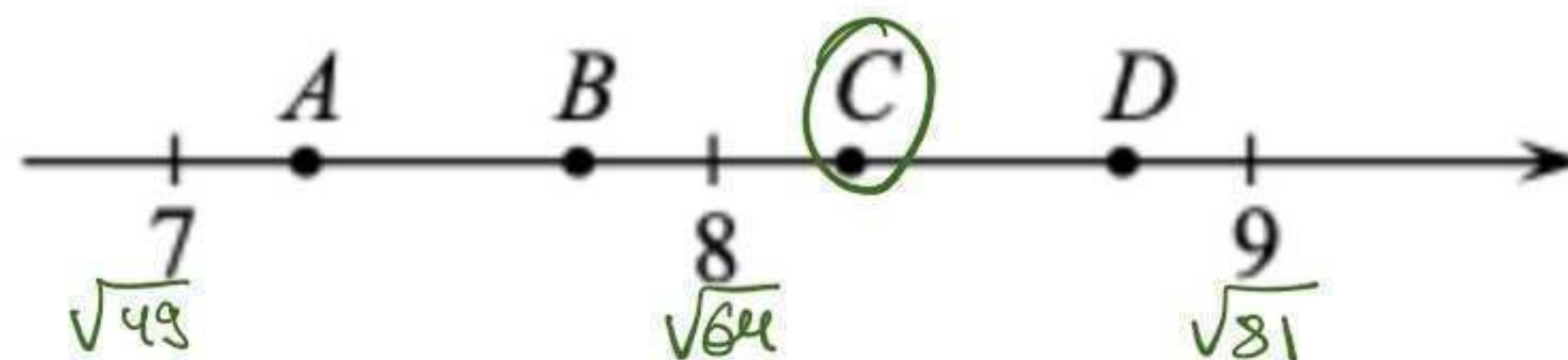
$$x = \frac{100 \cdot 595,5}{591} = 100,761$$

№6 Найдите значение выражения $\frac{1^4}{5} - \frac{27}{20}$.

Ответ: -1,15

$$\frac{1^4}{5} - \frac{27}{20} = \frac{4-27}{20} = \frac{-23}{20} = -1\frac{3}{20} = -1,15$$

№7 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{68}$. Какая это точка?



- 1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D

Ответ: 3

№8 Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 + 10ab + 25b^2}$ при $a = 14\frac{6}{13}$ и $b = \frac{4}{13}$.

Ответ: 16

$$\begin{aligned} |a+5b| &= 14\frac{6}{13} + 5 \cdot \frac{4}{13} \\ &= 14 + \frac{6+20}{13} = 14 + \frac{26}{13} = \\ &14+2=16 \end{aligned}$$

№9 Найдите корень уравнения $8 + 7x = 9x + 4$.

Ответ: 2

$$\begin{aligned} 7x - 9x &= 4 - 8 \\ -2x &= -4 \quad / \cdot (-1) \\ 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

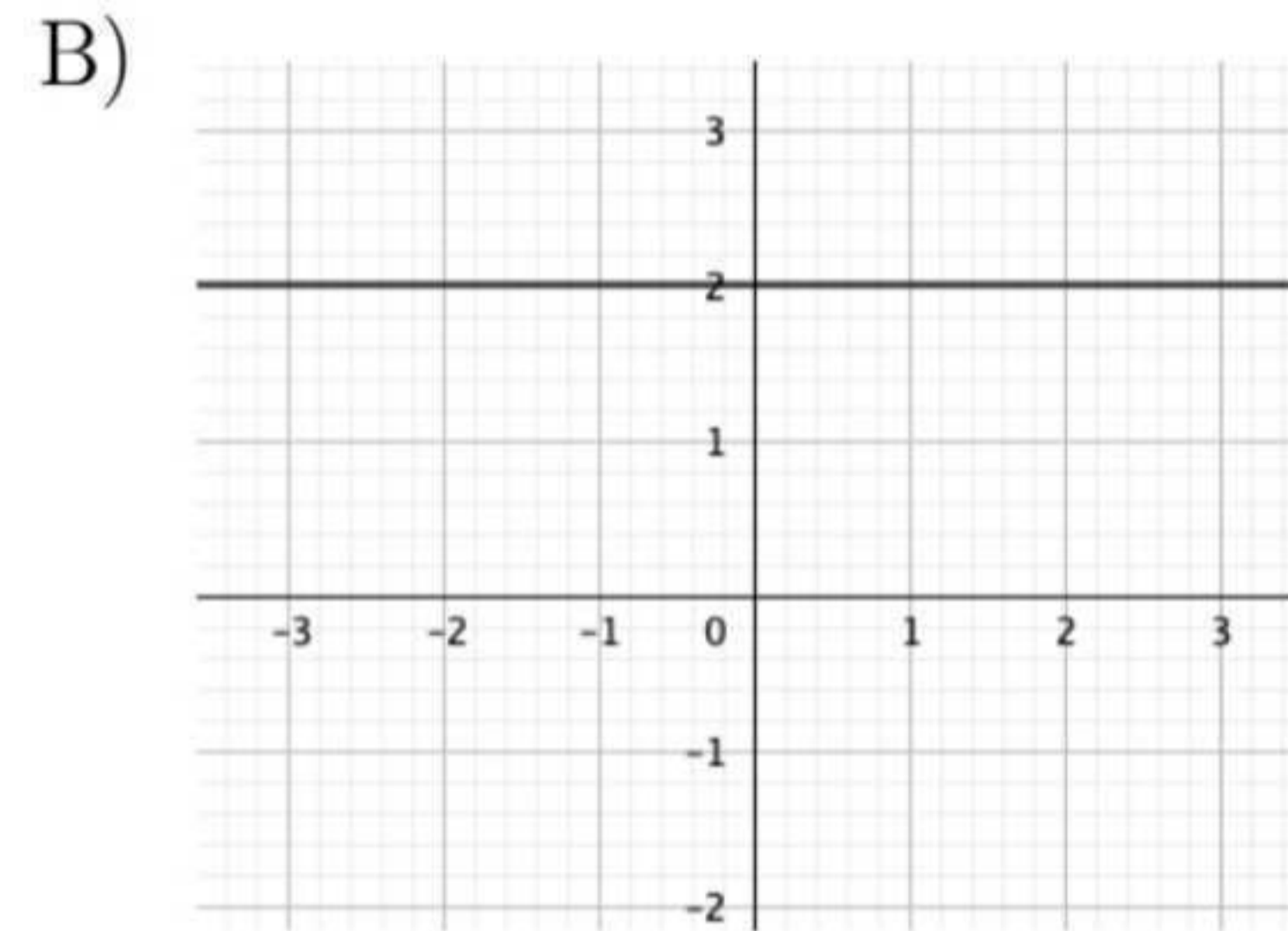
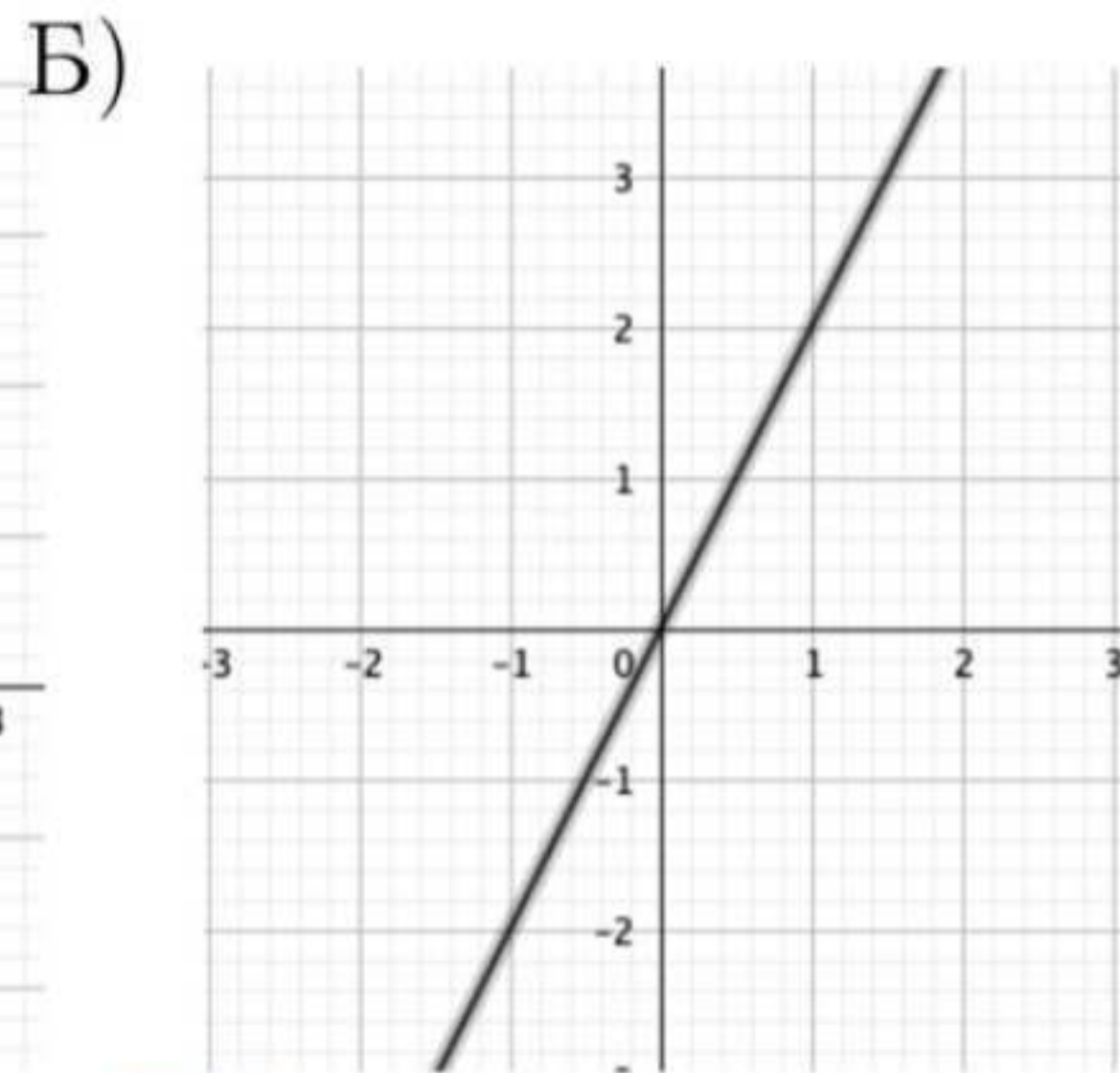
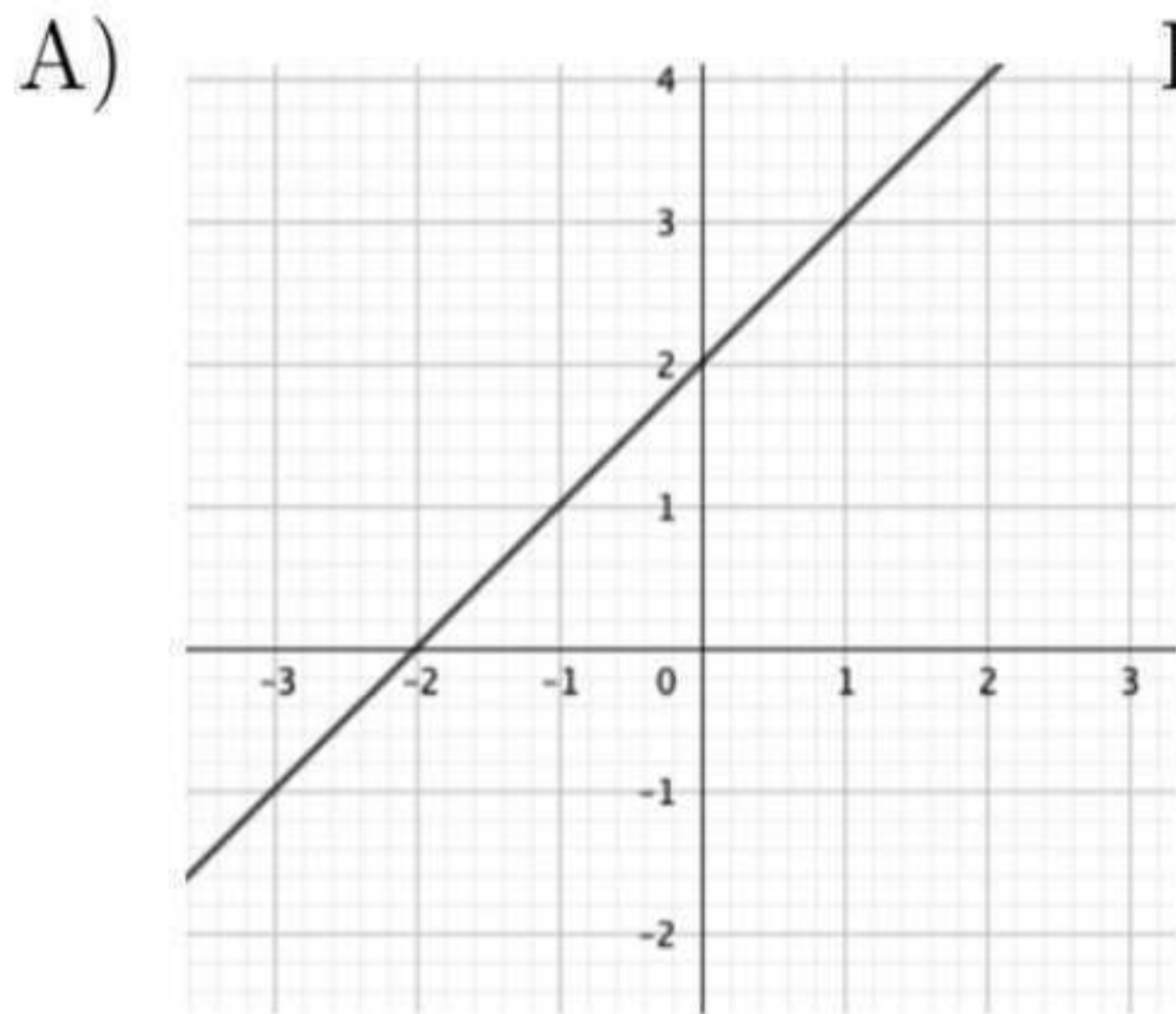
№10 В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, семь неисправных.
Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

$$P = \frac{50-7}{50} = \frac{43}{50} = \frac{86}{100} = 0,86$$

Ответ: 0,86

№11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x$

2) $y = x + 2$

3) $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.


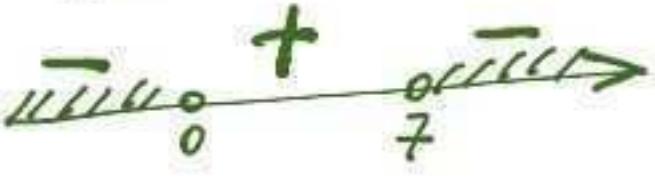
Ответ:

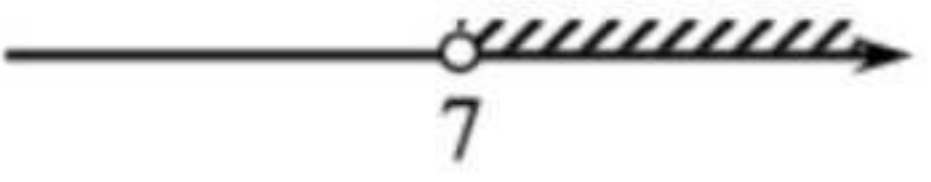
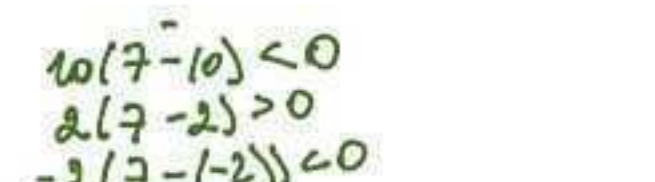
А	Б	В
2	1	3

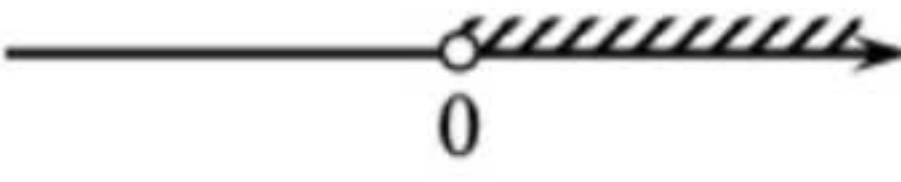
№12 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, α – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 11$, $\sin \alpha = \frac{1}{8}$, $S = 8,25$.

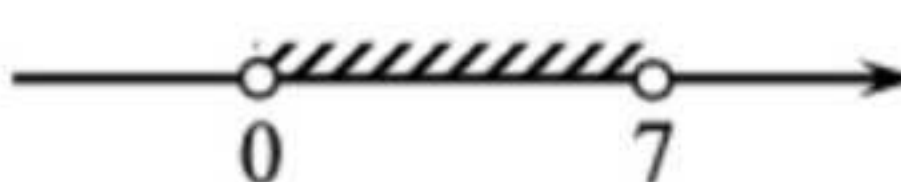
Ответ: 12

№13 Укажите решение неравенства $7x - x^2 < 0$.

①  $x(7-x) < 0$
 $x=0$ $x=7$


2)  $x(7-x) < 0$
 $x=0$ $x=7$


3) 

4) 

Ответ: 1

№14 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: 10

№12

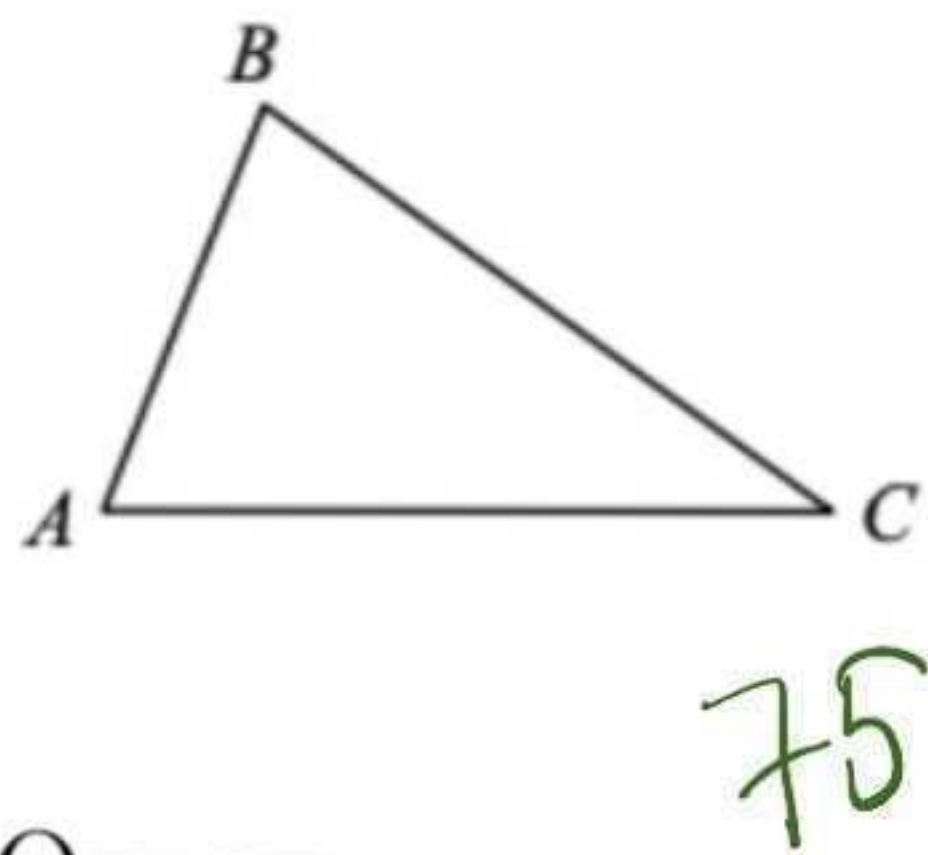
$$2S = d_1 d_2 \sin \alpha$$

$$d_2 = \frac{2S}{d_1 \sin \alpha} = \frac{2 \cdot 8,25}{11 \cdot \frac{1}{8}} = \frac{16,5}{\frac{11}{8}} = \frac{165}{10} = \frac{165}{10} \cdot \frac{8}{11} = 12$$

№14

t	m
0	640
7	320
14	160
21	80
28	40
35	20
42	10

№15 В треугольнике ABC известно, что $AB = 12$, $BC = 20$, $\sin \angle ABC = \frac{5}{8}$. Найдите площадь треугольника ABC .

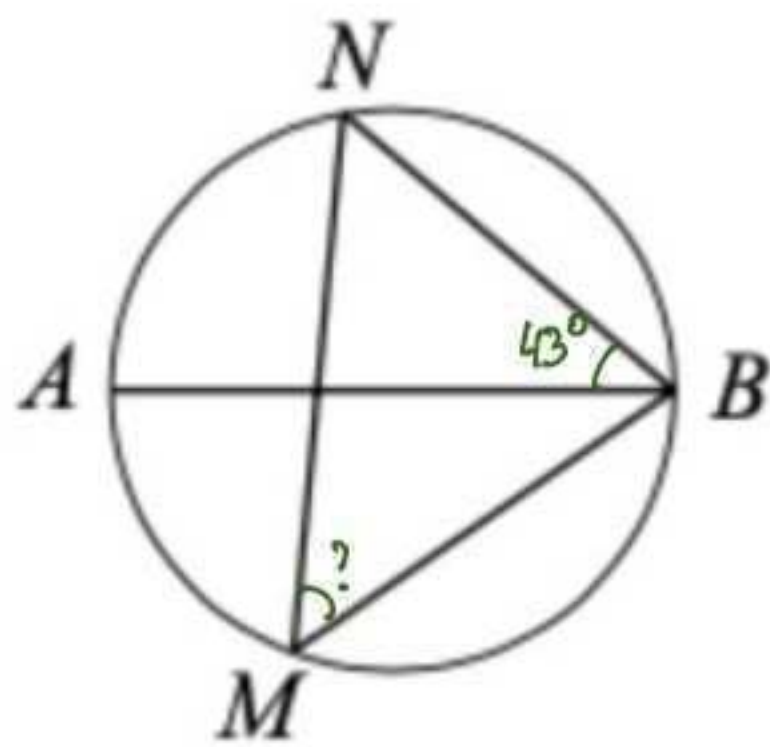


$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 20 \cdot \frac{5}{8} = 3 \cdot 25 = 75$$

Ответ: _____

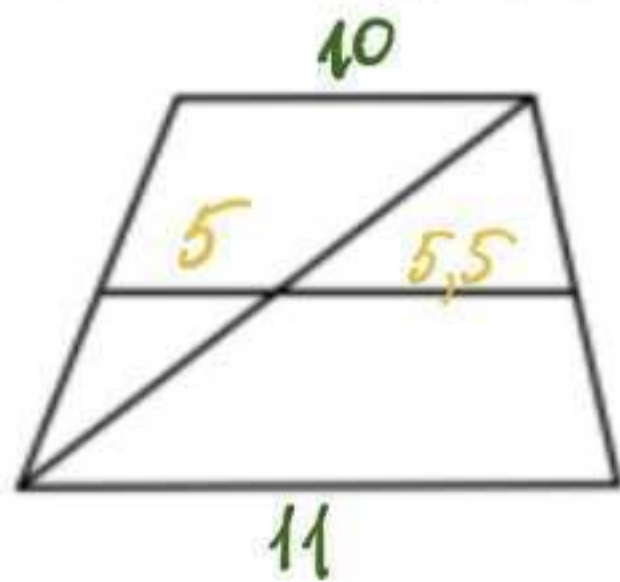
№16 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 43^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



1. Угол $AN = 2 \cdot 43^\circ = 86^\circ$
2. Угол $NB = 180 - \angle AN = 180 - 86 = 94^\circ$
3. $\angle NMB = \frac{1}{2} \angle NB = \frac{1}{2} \cdot 94 = 47^\circ$

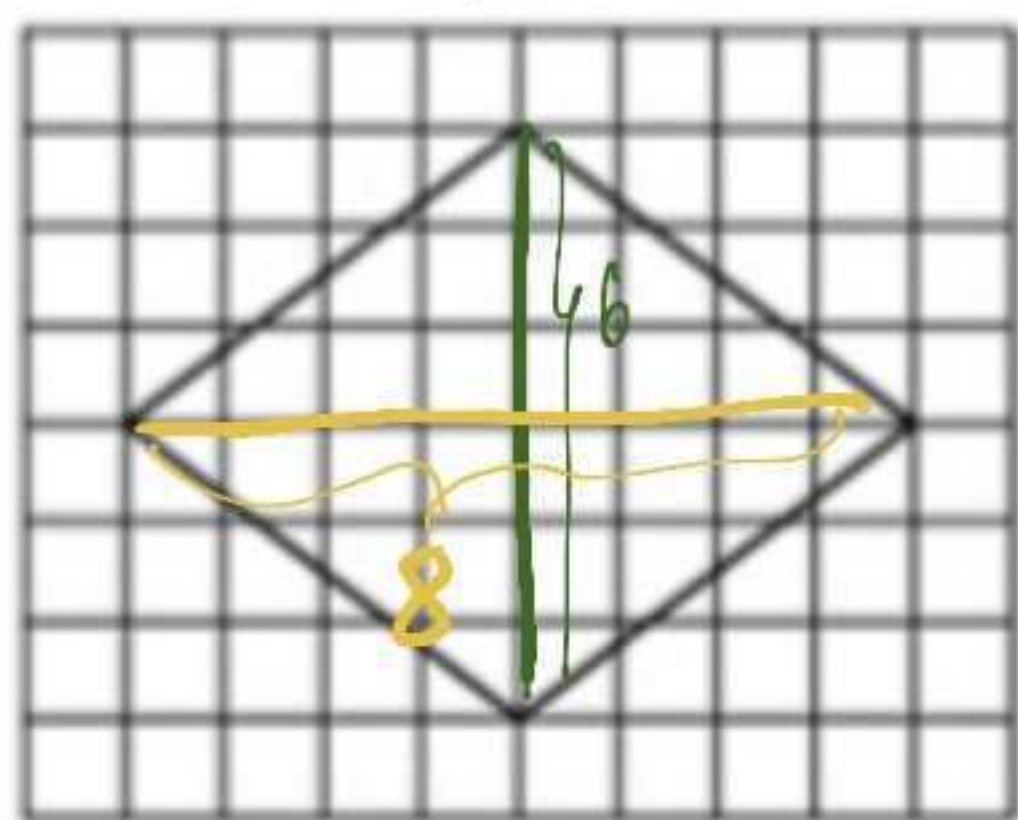
Ответ: _____

№17 Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: _____

№18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: 8

№19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований. *полусумме*
- 2) Диагонали ромба перпендикулярны. *+*
- 3) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон. *+*

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: 23

№20 Решите уравнение $x^4 = (2x - 15)^2$

пошлём степени

$$x^2 = |2x - 15|$$

$$x^2 - |2x - 15| = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - (2x - 15) = 0, & \text{при } 2x - 15 \geq 0 & (1) \\ x^2 - (-(2x - 15)) = 0, & \text{при } 2x - 15 < 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 15 < 0$$

нет решений

$$(2) \quad x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 15 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 8}{2} = -1 \pm 4 = -5; 3$$

$$2x - 15 < 0$$

$$x < \frac{15}{2}; \quad x < 7,5$$



Ответ: $-5; 3$

№21 Поезд двигаясь равномерно со скоростью 57 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

поезд едет навстречу пешеходу, то скорость поезда относительно человека будет:

$$57(\text{км/ч}) + 3(\text{км/ч}) = 60(\text{км/ч})$$

в условии задачи просят найти в метрах, тогда скорость поезда переведем в м/с

$$\frac{60 \cdot \overset{\text{км}}{1000}}{\underset{\text{ч}}{60} \cdot \underset{\text{м}}{60}} = \frac{6000}{3600} = \frac{600}{360} = \frac{50}{3} \text{ (м/с)}$$

Найдем длину поезда:

$$36 \cdot \frac{50}{3} = 12 \cdot 50 = 600 \text{ (м)}$$

Ответ: длина поезда 600 метров

$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x} \right| + \frac{x}{4,5} + \frac{4,5}{x} \right)$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

① Область опред: $x \neq 0$

② $y = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x} + \frac{x}{4,5} + \frac{4,5}{x} \right)$, где $\frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x} \geq 0$

$y = \frac{1}{2} \left(\frac{4,5}{x} - \frac{x}{4,5} + \frac{x}{4,5} + \frac{4,5}{x} \right)$, где $\frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x} < 0$

$y = \frac{x}{4,5}$, где $-4,5 \leq x < 0$ или $x \geq 4,5$

$y = \frac{4,5}{x}$, где $x < -4,5$ или $0 < x < 4,5$

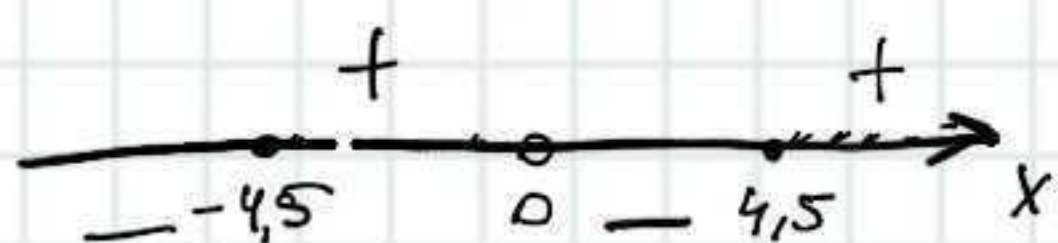
③ $\frac{x}{4,5} - \frac{4,5}{x} \geq 0$

$$\frac{x^2 - 4,5^2}{4,5x} \geq 0$$

③ $y = \frac{x}{4,5}$, при $-4,5 \leq x < 0$ или $x \geq 4,5$

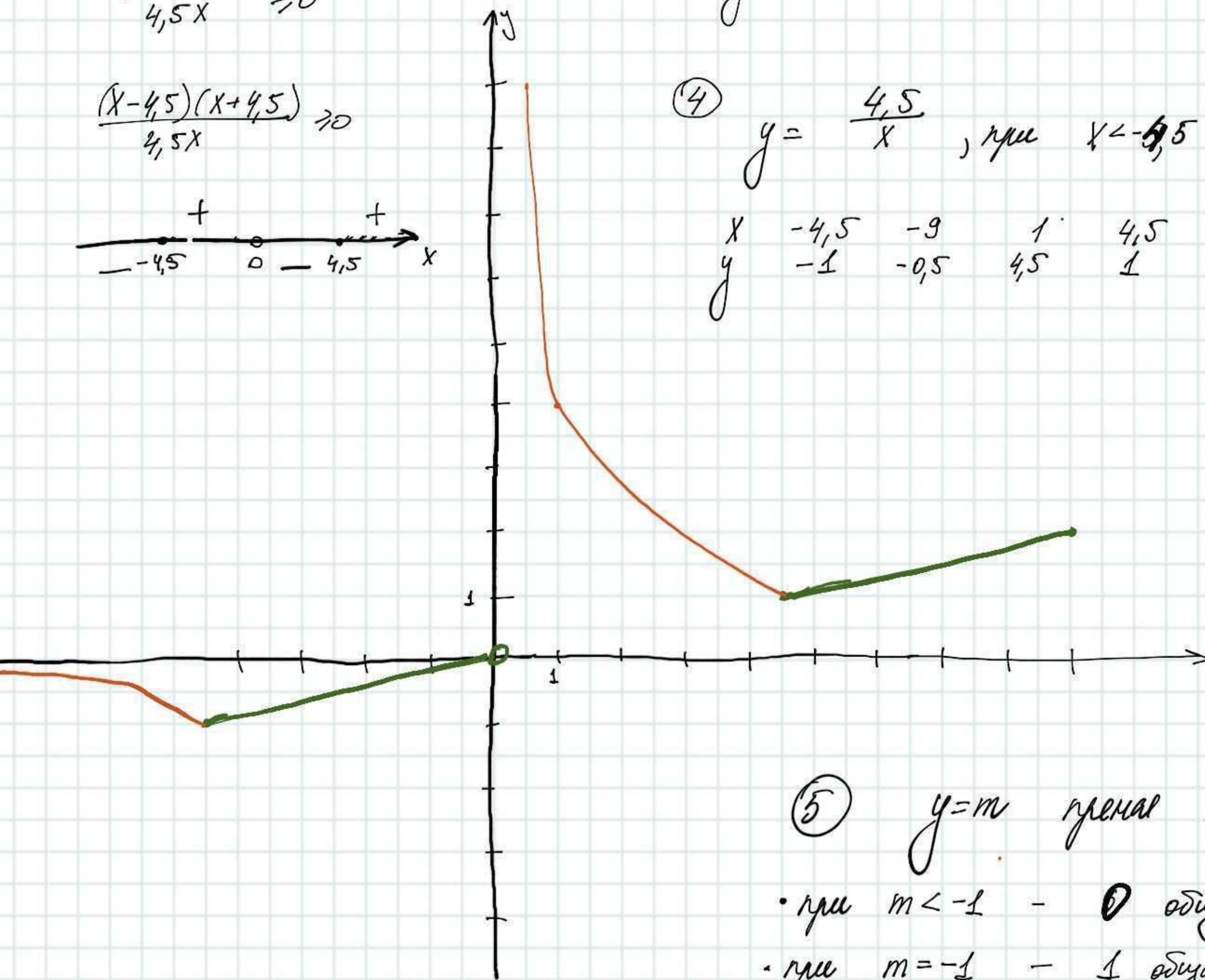
x	0	-4,5	4,5	9
y	0	-1	1	2

$$\frac{(x-4,5)(x+4,5)}{4,5x} \geq 0$$



④ $y = \frac{4,5}{x}$, при $x < -4,5$ или $0 < x < 4,5$

x	-4,5	-9	1	4,5	0,5
y	-1	-0,5	4,5	1	9

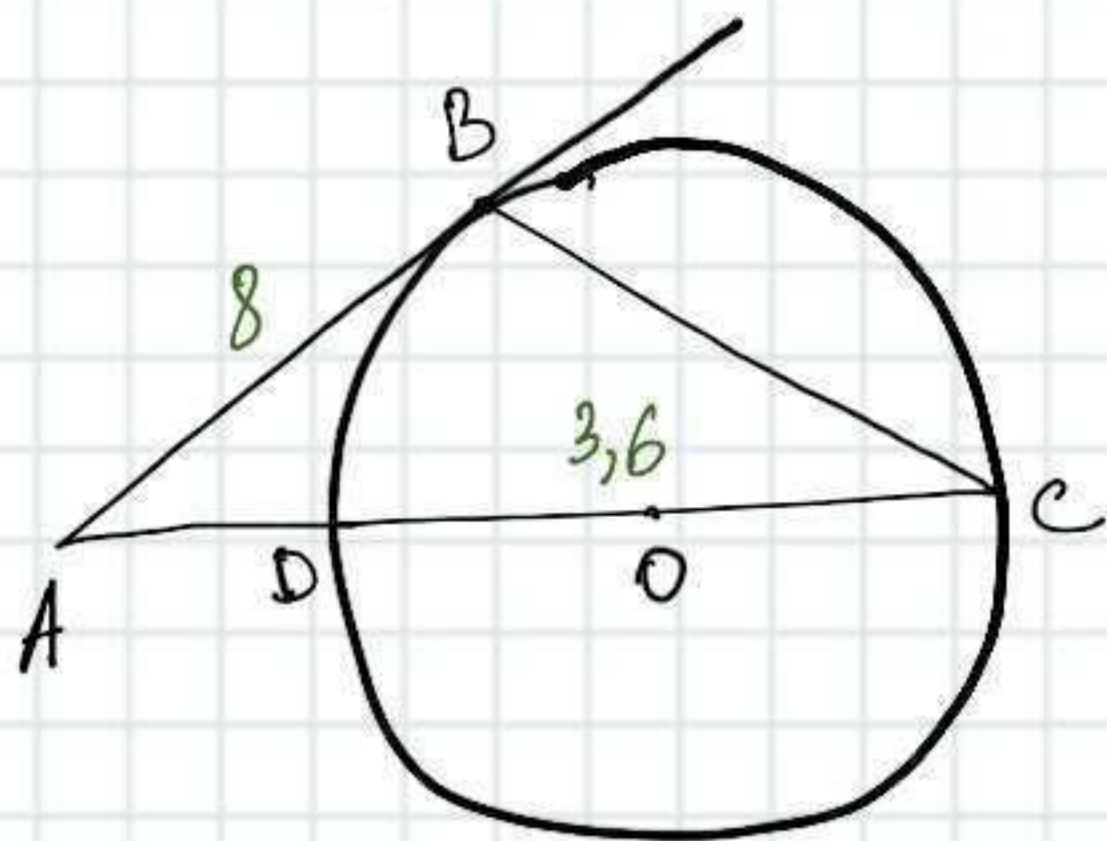


⑤ $y = m$ параллельно оси x

- при $m < -1$ - 0 общих точек
- при $m = -1$ - 1 общая точка
- при $-1 < m < 0$ - 2 общие точки
- при $0 < m < 1$ - 0 общих точек
- при $m = 1$ - 1 общая точка
- при $m \geq 1$ - 2 общие точки

Ответ: $-1; 1$

№23 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 3,6, а $AB = 8$.



Дано:
 Окр с центром O
 $\triangle ABC$
 $D = 3,6$ (DC)
 $AB = 8$

Найти: AC

Решение:

$$AC \cdot AD = AB^2$$

$$AC(AC - DC) = AB^2$$

$$AC^2 - 3,6 AC = 64$$

$$AC^2 - 3,6 AC - 64 = 0$$

$$D = (-3,6)^2 - 4 \cdot (-64) \cdot 1 = 268,96$$

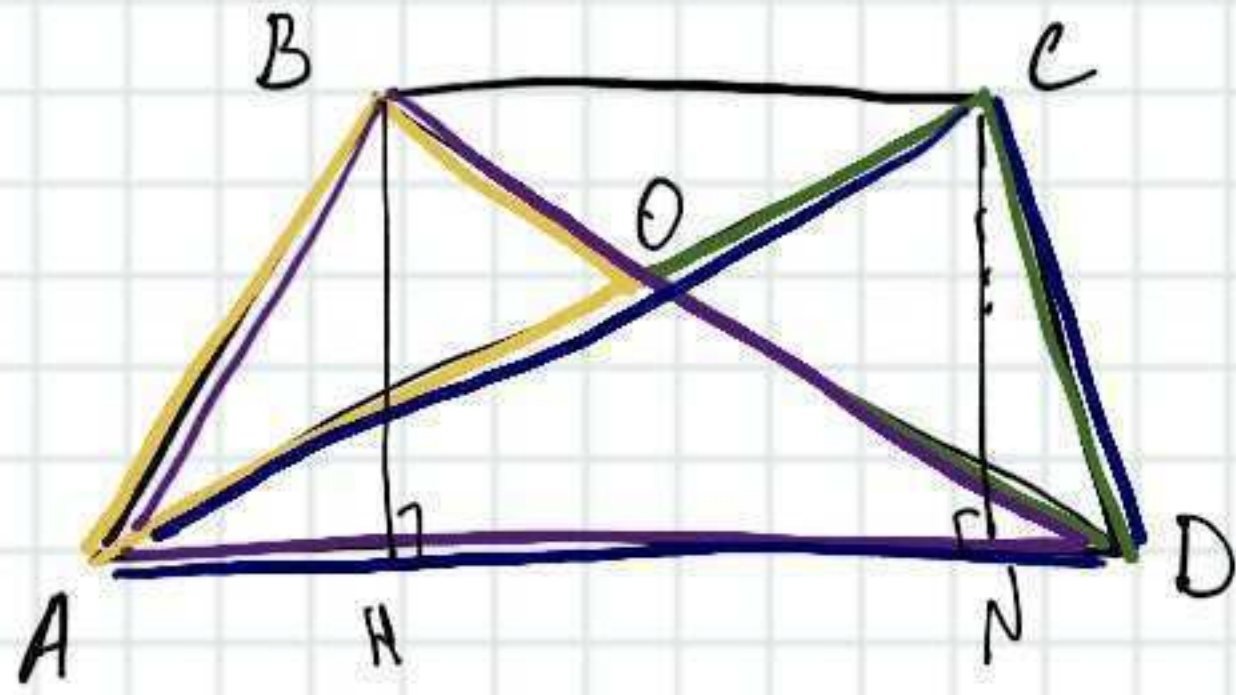
$$AC_1 = \frac{3,6 + 16,4}{2} = 10$$

$$AC_2 = \frac{3,6 - 16,4}{2} = -6,4 < 0$$

Ответ: 10

(по т. о секущей и касательной)

№24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O .
Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.



Док-во:

- 1) рассмотрим $\triangle ADB$ и $\triangle ADC$, докажем, что их площади равны
 AD - общее основание

Дн. BH и CN (высоты)

$$S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BH$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} AD \cdot CN$$

Т.к. $CN = BH$, то $S_{ADB} = S_{ADC}$

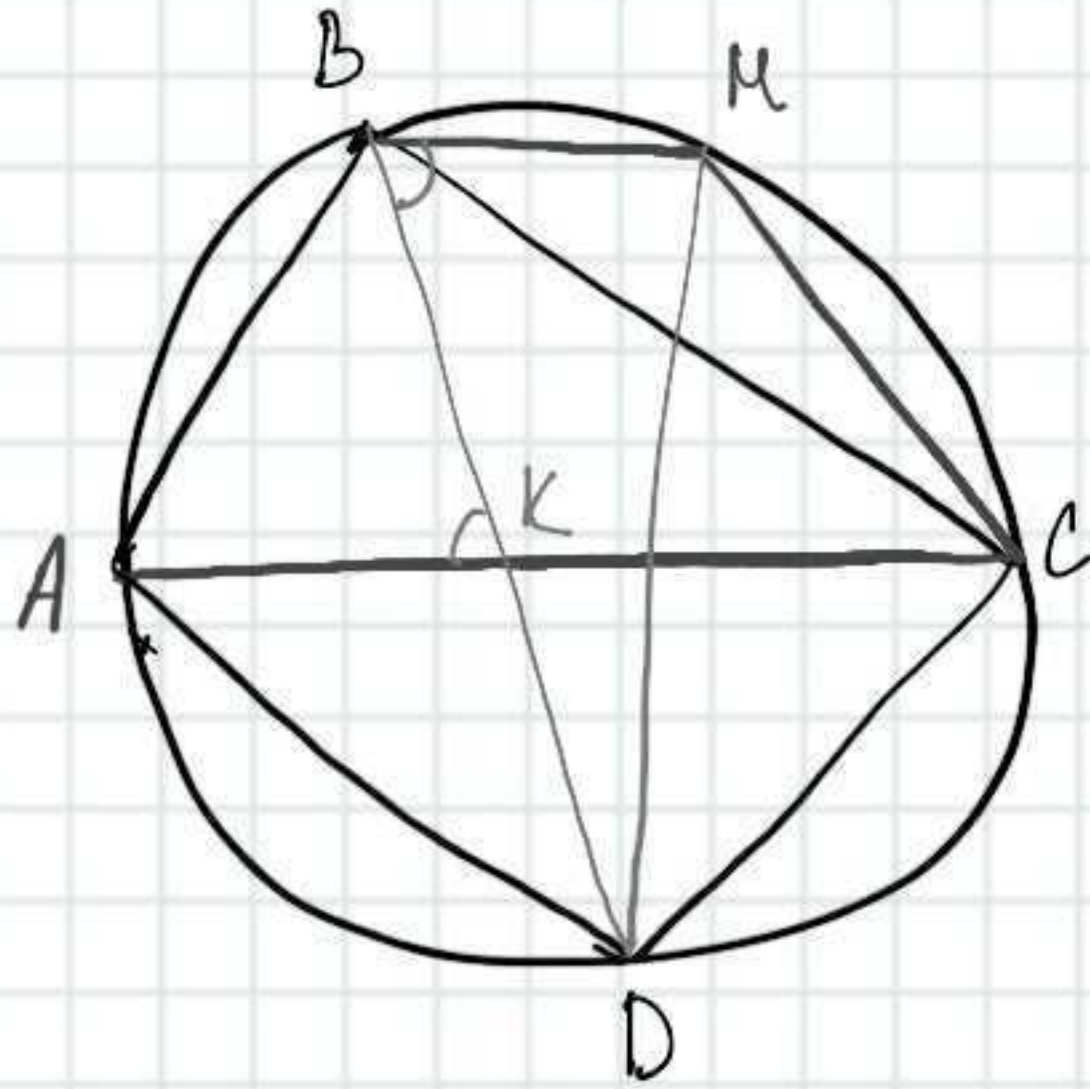
$$2) S_{AOB} = S_{ADB} - S_{AOD}$$

$$S_{COD} = S_{ADC} - S_{AOD}$$

Т.к. $S_{ADB} = S_{ADC}$, то $S_{AOB} = S_{COD}$

ЧТД

№25 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 39$ и $CD = 6$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.



1) проведем хорду $BM \parallel AC$, тогда

$$CM = AB = 39$$

$$\angle DBM = \angle AKB = 60^\circ$$

2) четырёхугольник $ABCD$ вписанный, то

$$\angle DCM = 180^\circ - \angle DBM = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

3) по т. косинусов

$$DM = \sqrt{CM^2 + CD^2 - 2CM \cdot CD \cdot \cos \angle DCM}$$

$$DM = \sqrt{39^2 + 6^2 - 2 \cdot 39 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{1521 + 36 + 234} = \sqrt{1791} = 3\sqrt{199}$$

4) по т. синусов

$$R = \frac{DM}{2 \sin \angle DBM} = \frac{3\sqrt{199}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3\sqrt{199}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{199} \sqrt{3}}{\sqrt{3} \sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{597}}{3} = \sqrt{597}$$

Ответ: $\sqrt{597}$