

**Основной государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Вариант № 83249**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

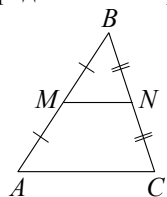
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

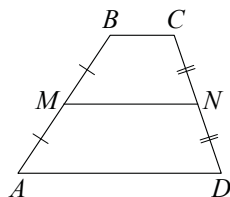
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

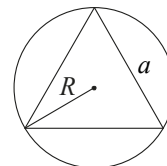


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$



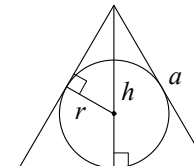
$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



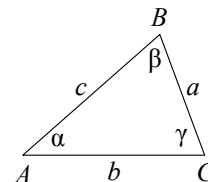
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



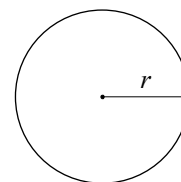
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

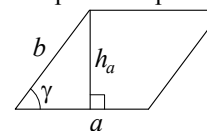


Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

Площади фигур

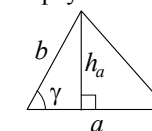
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

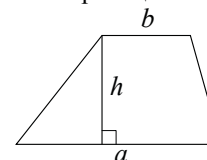
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

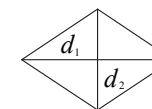
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

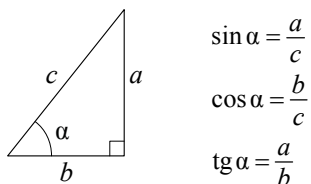
Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Часть 1**

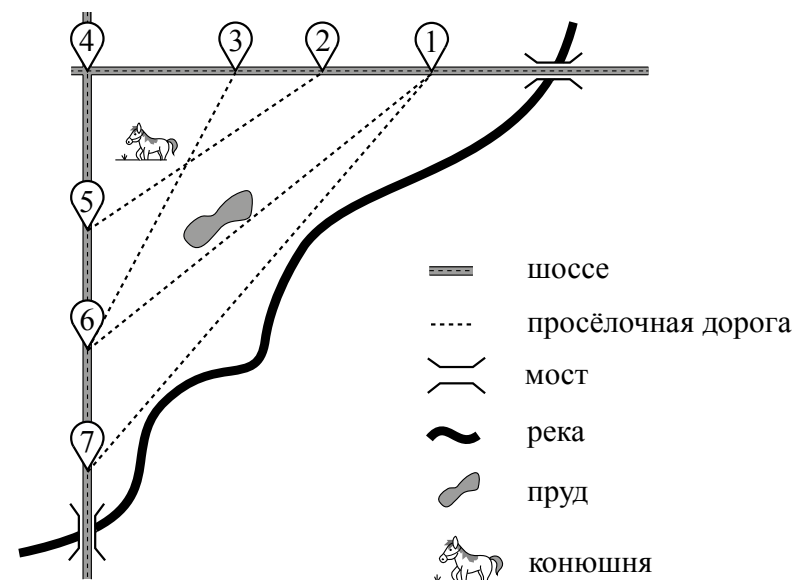
Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорка, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам — со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

**1** Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни.  
Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	Ванютино	Горюново	Егорка	Жилино
Цифры				

**2** Найдите расстояние от Антоновки до Егорки по шоссе. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** Найдите расстояние от Егорки до Жилино по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут мимо пруда через Горюново?

Ответ: \_\_\_\_\_.

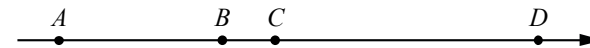
**5** На шоссе машина дедушки расходует 6,8 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из Антоновки до Богданово через Ванютино и путь через Доломино и Горюново мимо конюшни ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на просёлочных дорогах?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите значение выражения  $\frac{21}{2} : \frac{3}{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** На координатной прямой точки  $A, B, C$  и  $D$  соответствуют числам  $-0,032; 0,023; 0,302; -0,203$ .



Какой точке соответствует число  $-0,203$ ?

- 1)  $A$                       2)  $B$                       3)  $C$                       4)  $D$

Ответ:

**8** Найдите значение выражение  $\sqrt{a^2 - 4ab + 4b^2}$  при  $a = 3$  и  $b = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** Решите уравнение  $x^2 - 16 = 0$ .

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** В среднем из 200 карманных фонариков, поступивших в продажу, четыре неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

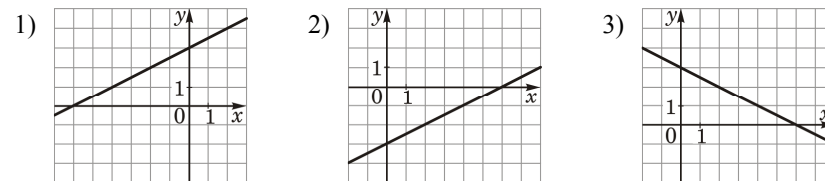
Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

- A)  $y = \frac{1}{2}x + 3$                       Б)  $y = -\frac{1}{2}x + 3$                       В)  $y = \frac{1}{2}x - 3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

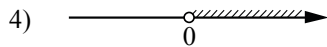
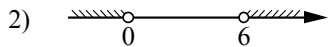
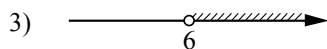
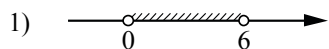
A	Б	В

12) Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле  $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$ , где  $d_1$  и  $d_2$  — длины диагоналей четырёхугольника,  $\alpha$  — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали  $d_2$ , если  $d_1 = 7$ ,  $\sin \alpha = \frac{6}{11}$ , а  $S = 21$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13) Укажите решение неравенства

$$6x - x^2 < 0.$$

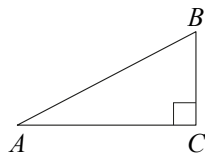


Ответ:

14) В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 4 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 120 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

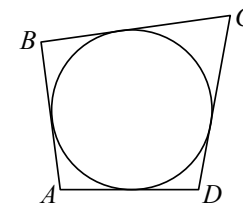
Ответ: \_\_\_\_\_.

15) В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 4$ ,  $AC = 28$ . Найдите  $\operatorname{tg} B$ .



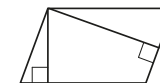
Ответ: \_\_\_\_\_.

16) Четырёхугольник  $ABCD$  описан около окружности,  $AB = 7$ ,  $BC = 10$ ,  $CD = 14$ . Найдите  $AD$ .



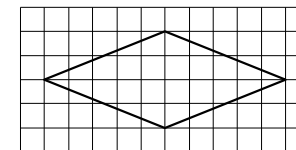
Ответ: \_\_\_\_\_.

17) Площадь параллелограмма равна 56, а две его стороны равны 7 и 28. Найдите его высоты. В ответе укажите меньшую высоту.



Ответ: \_\_\_\_\_.

18) На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

19) Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.
- 2) Любые два равносторонних треугольника подобны.
- 3) Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Часть 2**

*При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

20 Решите уравнение  $x^2 - 2x + \sqrt{4-x} = \sqrt{4-x} + 15$ .

21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 36 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 4 км/ч навстречу поезду, за 81 секунду. Найдите длину поезда в метрах.

22 Постройте график функции

$$y = \frac{x-3}{x^2-3x}.$$

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

23 Углы  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  равны соответственно  $67^\circ$  и  $83^\circ$ . Найдите  $BC$ , если радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 16.

24 Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .

25 В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны соответственно 28 и 4, а сумма углов при основании  $AD$  равна  $90^\circ$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $A$  и  $B$  и касающейся прямой  $CD$ , если  $AB = 15$ .



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**