

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

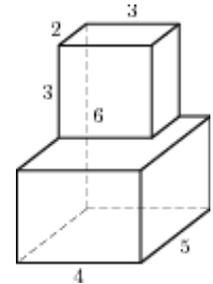
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Основания прямоугольной трапеции равны 12 и 4. Её площадь равна 64. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

2. Даны координаты точек $A(2x; -2)$ и $B(6; 4x)$. Найдите x , если $AB = 14$ и $x < 0$.

3. Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



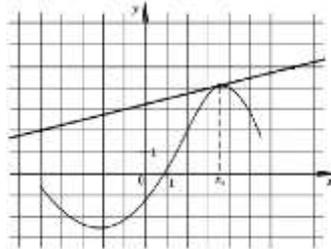
4. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

6. Решите уравнение $2^{3-4x} = 0,16 \cdot 5^{3-4x}$.

7. Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$

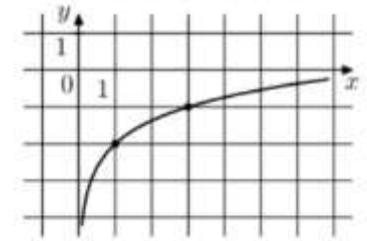
8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



9. Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T = 12$ с — период колебаний, $v_0 = 0,5$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

10. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(27)$.



12. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 63)e^{x-62}$ на отрезке $[61; 63]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

14. В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 3$ и $BC = 2$. Точка M делит ребро $A_1 D_1$ в отношении $A_1 M : M D_1 = 1 : 2$, а точка K – середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что плоскость MKC делит ребро BB_1 пополам.

б) Найдите площадь сечения плоскостью MKC , если $\angle MKC = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$.

15. Решите неравенство:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} \geq 4\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

16. В Чистополе среднемесячный доход на душу населения в 2015 году составлял 27 500 рублей и ежегодно увеличивался на 28%. В Казани среднемесячный доход на душу населения в 2015 году составлял 39 600 рублей. В течение двух лет суммарный

доход жителей Казани увеличивался на 12% ежегодно, а население увеличивалось на $x\%$ ежегодно. В 2017 году среднемесячный доход на душу населения в Чистополе и Казани стал одинаковым. Найдите x .

17. Дан треугольник ABC . Известно, что $BC = \sqrt{37}$, $AB = 4$, $AC = 3$. На стороне BC построен равносторонний треугольник BDC , при этом точки A и D лежат по разные стороны от прямой BC .

а) Докажите, что вокруг полученного четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$ до центра его описанной окружности.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$36^x - 2(a+1) \cdot 6^x + a^2 + 2a - 8 = 0$$

имеет единственный корень.

19. За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью – 0,5 очка, за проигрыш – 0 очков. В турнире принимают участие m мальчиков и d девочек, причём каждый играет с каждым дважды.

а) Каково наибольшее количество очков, которое в сумме могли набрать девочки, если $m = 3$, $d = 2$?

б) Какова сумма набранных всеми участниками очков, если $m + d = 10$.

в) Каковы все возможные значения d , если $m = 7d$ и известно, что в сумме мальчики набрали ровно в 3 раза больше очков, чем девочки?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	45
2	-2,6
3	78
4	0,07
5	0,52
6	0,25
7	1
8	0,25
9	0,0025
10	8
11	1
12	-1

13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{9\pi}{2}; -\frac{11\pi}{3}; -\frac{7\pi}{2}.$
14	$\frac{7\sqrt{10}}{6}.$
15	$\left[\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; -1 \right] \cup \left[\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0 \right) \cup$ $\cup \left[\frac{\sqrt{5}-1}{2}; 1 \right] \cup \left[\frac{\sqrt{5}+1}{2}; \infty \right).$
16	5.
17	$\frac{\sqrt{1443}}{21}.$
18	$(-4; 2].$
19	а) 14; б) 90; в) 1.