Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 227
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА*!**

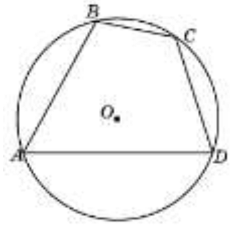
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Точки A, B, C, D, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD, градусные величины которых относятся соответственно как $4:2:3:6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



2. Даны векторы $\vec{a}(4;y)$ и $\vec{b}(x;0)$, косинус угла между которыми равен $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. Найдите y. Если таких значений несколько, в ответ запишите меньшее из них.

3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SO=16$, $SB=34$. Найдите длину отрезка BD.

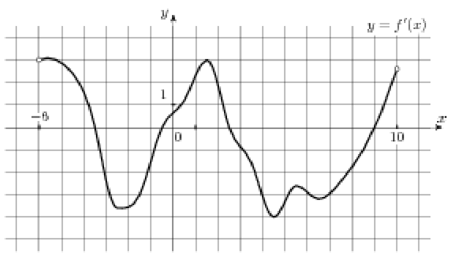
4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что разница выпавших очков равна 1 или 2.

5. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна $0{,}3$. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

6. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{8}}(13-x)=-2.$

7. Найдите $\mathrm{tg}^2\alpha$, если $4\sin^2\alpha+9\cos^2\alpha=6$.

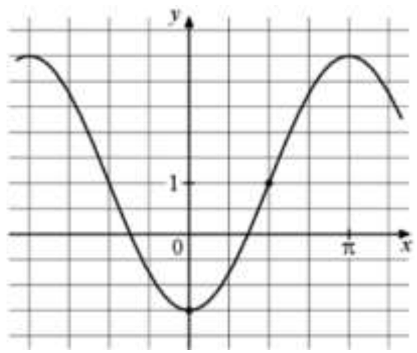
8. На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



9. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии $4{,}8$ км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до $6{,}4$ километров?

10. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

11. На рисунке изображён график функции $f(x)=a\cos x+b$. Найдите a.



12. Найдите точку минимума функции

$$y=0{,}5x^2-8x+12\ln x+10$$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0;1]$.

14. Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C. Высота пирамиды проходит через точку B. Точки M и N — середины рёбер AD и BC соответственно.

а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC.

б) Найдите угол между прямыми BD и MN, если $BD=6\sqrt{2}$, $AC=16$.

15. Решите неравенство:

$$9\log_7\left(x^2+x-2\right)\le 10+\log_7\frac{(x-1)^9}{x+2}$$

16. Евгений хочет купить пакет акций компании. 15 февраля он отложил определённую сумму денег и планирует откладывать такую же сумму денег 15 числа каждого месяца. Первого февраля пакет акций стоил 195 000 рублей. Первого числа каждого месяца пакет акций дорожает на 40 %. Какую наименьшую сумму нужно Евгению откладывать каждый месяц, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?

17. Отрезок CH – высота прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C. На катетах AC и BC выбраны точки M и N соответственно такие, что $\angle MHN=90^\circ$.

а) Докажите, что треугольник MNH подобен треугольнику ABC.

б) Найдите CN, если $BC=2$, $AC=4$, $CM=1$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(2x+a+1+\operatorname{tg}x\right)^2=\left(2x+a-1-\operatorname{tg}x\right)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

19. Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{4}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а) и б)?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 227

1	60	Решение
2	– 2	Решение
3	60	Решение
4	0,5	Решение
5	0,91	Решение
6	– 51	Решение
7	1,5	Решение
8	3	Решение
9	1,4	Решение
10	10	Решение
11	– 2,5	Решение
12	6	Решение

13	а) $[1;2]$; б) 1.	Решение
14	$\mathrm{arctg}\,\frac{4\sqrt{2}}{3}$.	
15	$[-9;-2)\cup(1;5]$.	Решение
16	127 400.	Решение
17	1,5.	Решение
18	$(-\infty;-\pi]\cup\left\{\frac{\pi}{2}\right\}\cup[\pi;\infty)$.	
19	а) да; б) 10; в) $\frac{9}{19}$.	