

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 421

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

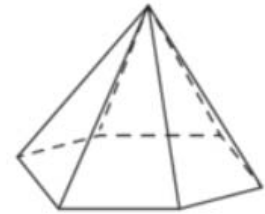
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Концы отрезка АВ лежат по разные стороны от прямой l . Расстояние от точки А до прямой l равно 7, а расстояние от точки В до прямой l равно 13. Найдите расстояние от середины отрезка АВ до прямой l .

Ответ: _____.

2. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объем пирамиды.



Ответ: _____.

3. В коробке 6 синих, 12 красных и 7 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: _____.

4. Два игрока бросают кубик по очереди. Игра останавливается, когда разность двух выпавших подряд значений (по модулю) оказывается меньше четырёх. По этим значениям подводят итог. Первый игрок выигрывает, если значение на его кубике окажется больше значения на кубике соперника. Какова вероятность выигрыша первого игрока?

Ответ: _____.

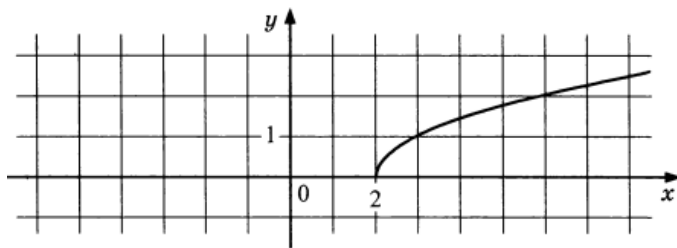
5. Решите уравнение $x^2 + |x - 1| = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму корней.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{3^{\log_4 \sqrt[3]{5}} - 2^{\log_8 (26)^3} - 10}{4^{4 \log_{16} 5} - 6}$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-6; -1)$, касается этого графика в точке с абсциссой 6. Найдите $f'(6)$.



Ответ: _____.

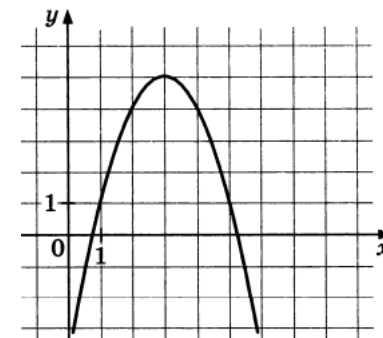
8. Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

Ответ: _____.

9. Человек в лодке начал грести против течения реки. Однако через 4 минуты лодка была уже в 80 метрах ниже по течению. Развернув лодку, он перестал грести, и пока он отдыхал, лодку отнесло на 40 метров. Затем он начал грести по течению, и лодка двигалась относительно воды с той же скоростью, что и в первые 4 минуты, и прошла еще 40 метров относительно берега. В общем, прошло 100 секунд после того, как лодка развернулась. Какова скорость течения реки (в метрах в минуту)?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где a, b и c — целые числа. Найдите значение $f(-4)$.



Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = -24 + \frac{31\sqrt{3}\pi}{6} - \frac{31\sqrt{3}}{2}x - 31 \cos x$

на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0,5 + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

13. Основанием пирамиды $SABC$ является равносторонний треугольник ABC , длина стороны которого равна $4\sqrt{2}$. Боковое ребро SC перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 2. Точки M и N – середины ребер BC и AB соответственно.

А) Докажите, что угол между прямыми SM и CN равен 45°

Б) Найдите расстояние между SM и CN .

14. Решите неравенство: $5^{2x-10-3\sqrt{x-2}} - 4 \cdot 5^{x-5} < 5^{1+3\sqrt{x-2}}$

15. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нём отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 квадратный метр и номера «люкс» площадью 49 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4500 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своём отеле предприниматель?

16. На медиане AD треугольника ABC отметили точку E . Точка F – середина отрезка BE , G – точка пересечения отрезков AD и CF . Отношение площади треугольника EFG к площади треугольника ABC равно $1:8$.

А) Докажите, что $AE:ED=1:3$

Б) Найдите площадь четырехугольника $BDGF$, если $BC = 3\sqrt{29}$, $AB = 7$, $AC = 10$

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x - \frac{a}{2} = 4|4|x| - a^2|$$

имеет ровно три различных корня.

18. Последовательность $\{a_n\}$, ($n \geq 1$) состоит из натуральных чисел и обладает следующим свойством: последовательность средних арифметических $b_n = \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{n}$, ($n \geq 1$) также состоит из натуральных чисел.

А) Найдите a_n , если $b_n = 2^n$ для всех $n \geq 1$.

Б) Последовательность $\{b_n\}$ является периодической: все члены с нечетными номерами равны c , все члены с четными номерами равны $(c+1)$, где c – нечетное натуральное число. Найдите последние члены последовательностей $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$.

В) Последовательность $\{b_n\}$ является убывающей арифметической прогрессией с первым членом 100 и разностью $d = -1$ и имеет наибольшее возможное число членов. Сколько членов в этой последовательности?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ
1	3
2	48
3	0,24
4	0,4
5	1
6	31
7	0,25
8	45
9	40
10	-44
11	-39,5

Задание	Ответ
12	<p>А) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; ; n \in Z$</p> <p>Б) $-\frac{\pi}{6};$</p>
13	Б) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
14	$[2;18)$
15	104,5 тыс. руб
16	Б) $\frac{21}{4}$
17	$\left\{-2; -\frac{1}{8}\right\}$
18	<p>А) $(n+1) \cdot 2^{n-1}; n \in N,$</p> <p>Б) $2c+1; c+1, \quad \text{В) } 50$</p>