

Законы алгебры логики

Равносильные преобразования

- Равносильные преобразования логических формул имеют то же назначение, что и преобразования формул в обычной алгебре.
- Они служат для упрощения формул или приведения их к определённому виду путем использования основных законов алгебры ЛОГИКИ.

Под упрощением формулы, понимают *равносильное преобразование*, приводящее к формуле, которая

- либо содержит по сравнению с исходной меньшее число операций конъюнкции и дизъюнкции и инверсий
- не содержит отрицаний неэлементарных формул, либо содержит их меньшее число

1. Закон двойного отрицания

Двойное отрицание исключает отрицание.

$$\overline{\overline{A}} = A$$

2. Переместительный (коммутативный) закон

— для логического сложения:

$$A + B = B + A$$

— для логического умножения:

$$A * B = B * A$$

3. Сочетательный (ассоциативный) закон

— для логического сложения:

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

— для логического умножения:

$$(A * B) * C = A * (B * C)$$

4. Распределительный (дистрибутивный) закон

— для логического сложения:

$$(A + B) * C = (A * C) + (B * C)$$

— для логического умножения:

$$A * B + C = (A + C) * (B + C)$$

5. Закон общей инверсии (законы де Моргана)

— для логического сложения

$$\overline{A + B} = \bar{A} * \bar{B}$$

— для логического умножения:

$$\overline{A * B} = \bar{A} + \bar{B}$$

6. Закон идемпотентности

— для логического сложения:

$$A + A = A$$

— для логического умножения:

$$A * A = A$$

Закон означает отсутствие показателей степени.

7. Законы исключения констант

— для логического сложения:

$$A + 1 = 1, \quad A + 0 = A;$$

— для логического умножения:

$$A * 1 = A, \quad A * 0 = 0$$

8. Закон противоречия

Невозможно, чтобы противоречащие высказывания были одновременно ИСТИННЫМИ.

$$\overline{A} * A = 0$$

9. Закон исключения третьего

Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе — ложно, третьего не дано.

$$\overline{A} + A = 1$$

$$\overline{A} = 1 - A$$

10. Закон поглощения

— для логического сложения:

$$A + (A^* B) = A;$$

$$A + B^* \overline{A} = A + B$$

— для логического умножения:

$$A^* (A + B) = A$$

$$A^* (B + \overline{A}) = A^* B$$

11. Закон исключения (склеивания)

— для логического сложения:

$$(A + B) * (\bar{A} + B) = B$$

— для логического умножения:

$$A * B + \bar{A} * B = B$$

Логические законы и правила преобразования логических выражений

- **Закон тождества:** всякое высказывание тождественно самому себе.

$$A=A$$

- **Закон непротиворечия:** высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

$$\bar{A} * A=0$$

- **Закон исключенного третьего.** Высказывание может быть истинным, либо ложным, третьего не дано.

$$\bar{A} + A=1$$

- **Закон двойного отрицания:** если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание.

$$\bar{\bar{A}}=A$$

Логические законы и правила преобразования логических выражений

- **Законы Моргана:**

$$\overline{A + B} = \bar{A} * \bar{B}$$

$$\overline{A * B} = \bar{A} + \bar{B}$$

- Таблицы истинности совпадают, следовательно, логические выражения равносильны: $\overline{A \& B} = \overline{A} \vee \overline{B}$
- Докажите, используя таблицы истинности, что логические выражения $\overline{A \vee B}$ и $\overline{A} \& \overline{B}$ равносильны

Домашнее задание

- Докажите справедливость первого закона Моргана , используя таблицы истинности.
- Докажите справедливость второго закона Моргана , используя таблицы истинности.