

Ответы: ЕГЭ по математике (профиль)

- | | |
|-----------|-----------------|
| 1 | 33 |
| 2 | -4 |
| 3 | 35 |
| 4 | 0,89 |
| 5 | 0,17 |
| 6 | -19 |
| 7 | 8 |
| 8 | 6 |
| 9 | 12 |
| 10 | 18 |
| 11 | -12 |
| 12 | -4 |
| 13 | Решение. |

а) Запишем исходное уравнение в виде:

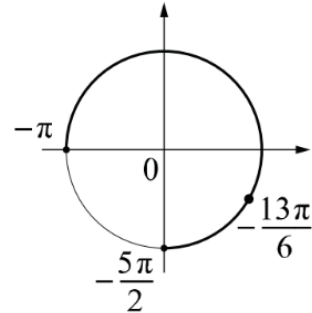
$$8\sin^2 x - 6\sin x - 5 = 0; \quad (2\sin x + 1)(4\sin x - 5) = 0.$$

Значит, $\sin x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

Уравнение $\sin x = \frac{5}{4}$ корней не имеет.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Получим число $-\frac{13\pi}{6}$.



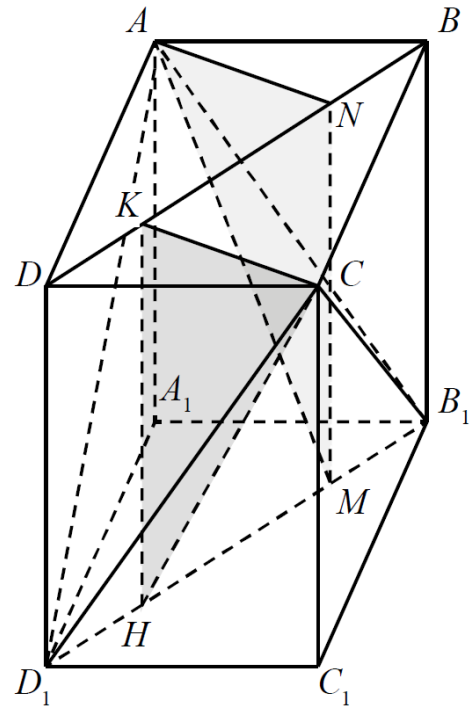
Ответ: а) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{13\pi}{6}$.

Решение.

а) В треугольниках CD_1B_1 и AD_1B_1 проведём высоты CH и AM .

Через точки H и M проведём отрезки HK и MN , перпендикулярные плоскостям оснований параллелепипеда. Поскольку наклонные CH и AM перпендикулярны прямой DB , их проекции KC и AN тоже перпендикулярны прямой DB , а следовательно, KC и AN равны между собой.

Прямоугольные треугольники HCK и MAN равны по двум катетам, поэтому $\angle KHC = \angle NMA$, т. е. плоскость DBB_1 образует равные углы с плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1 .



б) Угол между плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1 равен сумме углов, которые плоскость DBB_1 образует с плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1 .

Из треугольника DCB находим, что $BD = 13$; $CK = \frac{DC \cdot CB}{DB}$; $CK = \frac{12 \cdot 5}{13} = \frac{60}{13}$.

Из треугольника KHC находим, что $\operatorname{tg} \angle KHC = \frac{CK}{KH}$; $\operatorname{tg} \angle KHC = \frac{60}{13 \cdot 8} = \frac{15}{26}$;

$$\angle KHC = \operatorname{arctg} \frac{15}{26}.$$

Поэтому угол между плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1 равен $2 \operatorname{arctg} \frac{15}{26}$.

Ответ: б) $2 \operatorname{arctg} \frac{15}{26}$.

Решение.

Преобразуем неравенство.

$$\left(\frac{1}{(x-3)(x-6)} - \frac{x-3}{6-x} \right) \sqrt{x(x^2-11x+30)} \leq 0;$$

$$\frac{1+(x-3)^2}{(x-3)(x-6)} \cdot \sqrt{x(x-5)(x-6)} \leq 0.$$

Рассмотрим два случая.

1) При условии $(x-3)(x-6) \neq 0$, выражение $x(x-5)(x-6) = 0$, откуда $x = 0$ или $x = 5$.

2) При условии $x(x-5)(x-6) > 0$, выражение $\frac{1+(x-3)^2}{(x-3)(x-6)} \leq 0$, то есть

$(x-3)(x-6) < 0$. Получаем $3 < x < 6$.

Решение неравенства: $x = 0$; $3 < x \leq 5$.

Ответ: $x = 0$; $3 < x \leq 5$.

16

Решение.

К началу 2-го года получится $1,2 \cdot 11 + n = 13,2 + n$ млн рублей вложений, а к началу 3-го года —

$$1,2(13,2 + n) + n = 15,84 + 2,2n.$$

По условию $15,84 + 2,2n \geq 22$, откуда следует, что $n \geq 2,8$. Наименьшее целое значение $n = 3$. Тогда к началу 3-го года получится

$$15,84 + 6,6 = 22,44 \text{ млн рублей.}$$

К началу 4-года получим $1,2 \cdot 22,44 + m$ млн рублей, а к концу проекта —

$$1,2(1,2 \cdot 22,44 + m) + m = 32,3136 + 2,2m.$$

По условию $32,3136 + 2,2m \geq 33$, откуда следует, что $m \geq 0,312$. Наименьшее целое значение $m = 1$.

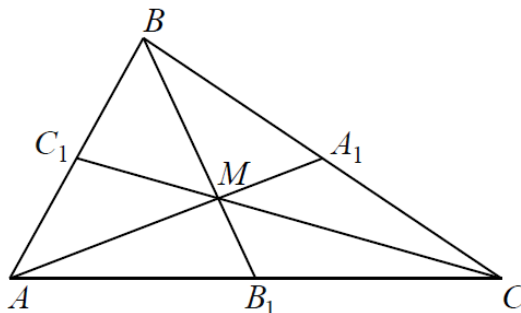
Ответ: $n = 3$ млн рублей и $m = 1$ млн рублей.

17

Решение.

а) Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении $2:1$, считая от вершины. Значит,

$$BB_1 = \frac{3}{2} BM = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} AC = \frac{1}{2} AC.$$



Следовательно, треугольники AB_1B и CB_1B равнобедренные, причём $\angle B_1AB = \angle ABB_1$ и $\angle B_1CB = \angle CBB_1$. Сумма всех этих четырёх углов равна 180° . Тогда $\angle ABC = \angle ABB_1 + \angle CBB_1 = 90^\circ$.

Значит, треугольник ABC прямоугольный.

б) Треугольник A_1BA прямоугольный. Поэтому

$$AA_1^2 = A_1B^2 + BA^2 = \frac{1}{4}CB^2 + BA^2.$$

Треугольник C_1BC также прямоугольный. Поэтому

$$CC_1^2 = C_1B^2 + BC^2 = \frac{1}{4}AB^2 + BC^2.$$

Треугольник C_1BC также прямоугольный. Поэтому

$$CC_1^2 = C_1B^2 + BC^2 = \frac{1}{4}AB^2 + BC^2.$$

Сложим полученные равенства:

$$AA_1^2 + CC_1^2 = \frac{5}{4}AB^2 + \frac{5}{4}BC^2 = \frac{5}{4}(AB^2 + BC^2) = \frac{5}{4}AC^2 = 405.$$

Ответ: б) 405.

18

Решение.

Рассмотрим неравенство как квадратное относительно a .

$$2a(a+1) - 3(a+1)(3^{x-1} - 1) - 3(x^2 - 4x)(3^{x-1} - 1) + 2ax^2 - 8ax \leq 0;$$

$$(2a - 3(3^{x-1} - 1))(a + x^2 - 4x + 1) \leq 0.$$

Изобразим графики функций $a = \frac{3^x - 3}{2}$

и $a = -x^2 + 4x - 1$ на плоскости xOa .

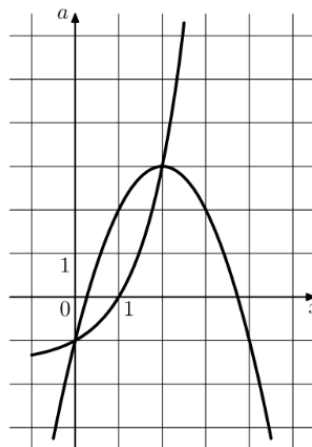
Общие точки графиков — $(0; -1)$ и $(2; 3)$, что можно проверить подстановкой их координат

в уравнения $a = \frac{3^x - 3}{2}$ и $a = -x^2 + 4x - 1$.

Больше двух точек быть не может в силу противоположной выпуклости данных кривых.

На промежутке $[0; 1)$ решения неравенства есть тогда и только тогда, когда $-1 \leq a < 2$.

Ответ: $-1 \leq a < 2$.



Решение.

а) Да. Действительно, поскольку

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = (10a + b) \cdot (10c + d) - (10b + a) \cdot (10d + c) = 99 \cdot (ac - bd),$$

нужно подобрать такие попарно различные ненулевые цифры a , b , c и d , чтобы $ac - bd = 1$. Это верно, например, при $a = 1$, $b = 2$, $c = 9$ и $d = 4$.

б) Докажем, что это невозможно. Имеем $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 99 \cdot (ac - bd)$.

Значит, если $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 1485$, то $99 \cdot (ac - bd) = 1485 = 99 \cdot 15$ и $ac - bd = 15$.

Поскольку одна из цифр a , b , c и d равна 5, то одно из произведений ac или bd делится на 5, а значит, и другое произведение тоже должно делиться на 5. Это невозможно, так как в этом случае среди цифр a , b , c и d есть по крайней мере две цифры 5.

в) Как показано выше, имеем $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 99 \cdot (ac - bd)$. Рассмотрим все возможные случаи, когда среди цифр a , b , c и d есть цифры 4 и 6.

Если цифры 4 и 6 — это a и c , то $ac - bd \leq 4 \cdot 6 - 1 \cdot 2 = 22$.

Если цифры 4 и 6 — это b и d , то $ac - bd \leq 8 \cdot 9 - 4 \cdot 6 = 48$.

Если цифра 4 — это a или c , а цифра 6 — это b или d , то

$$ac - bd \leq 4 \cdot 9 - 6 \cdot 1 = 30.$$

Если цифра 6 — это a или c , а цифра 4 — это b или d , то

$$ac - bd \leq 6 \cdot 9 - 4 \cdot 1 = 50.$$

Значит, наибольшее возможное значение выражения $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc}$ равно $99 \cdot 50 = 4950$, оно достигается при $a = 6$, $b = 4$, $c = 9$ и $d = 1$.

Ответ: а) да; б) нет; в) $99 \cdot 50 = 4950$.